

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лекция 4: *Математика Средневековья*

ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, Кафедра АСВК
Ассистент Волканов Д.Ю.

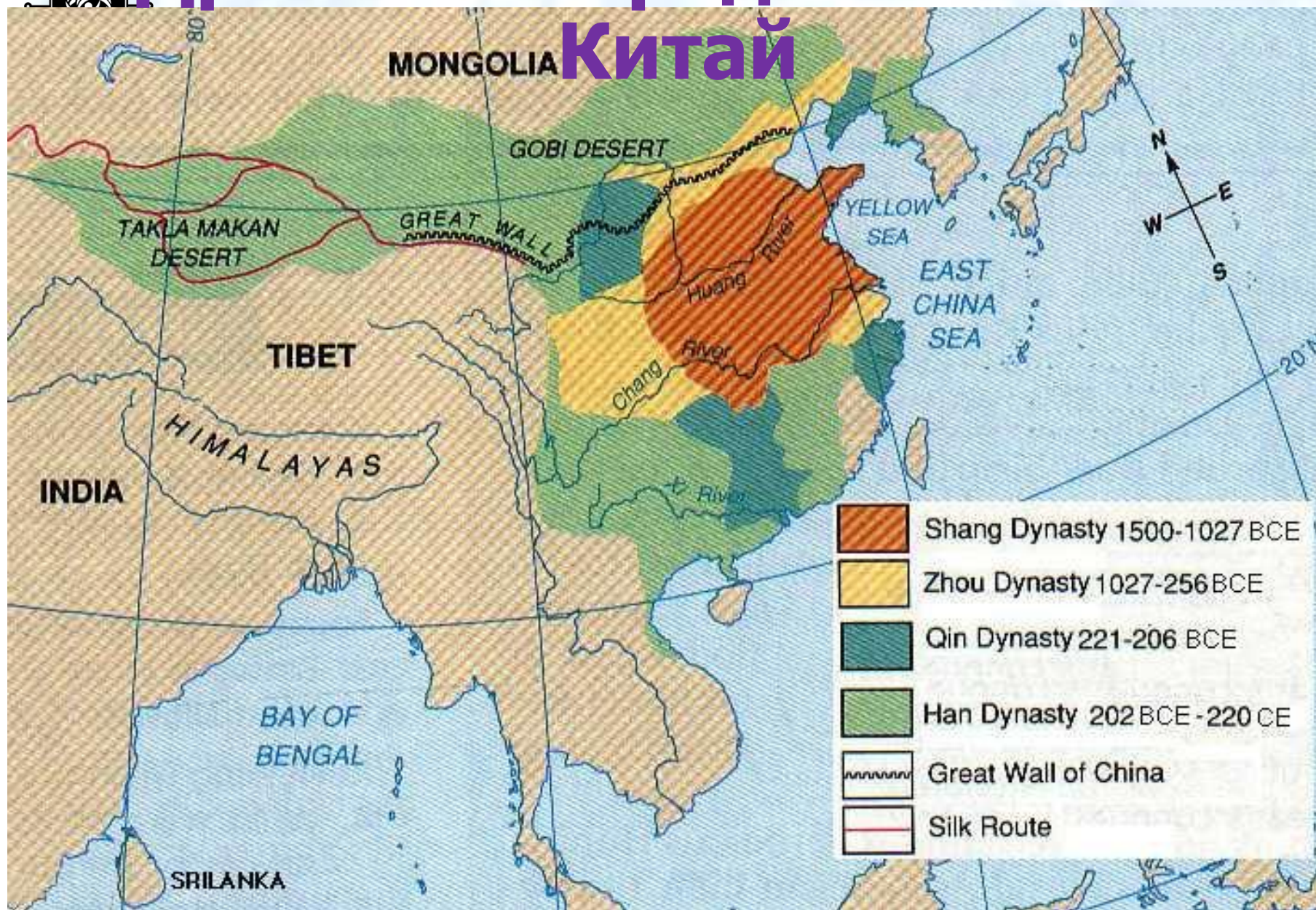


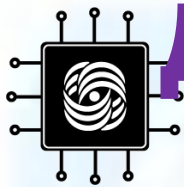
План лекции

- Древний и средневековый Китай
- Древний и средневековый Индия
- Математика в странах ислама
- Европейское средневековье

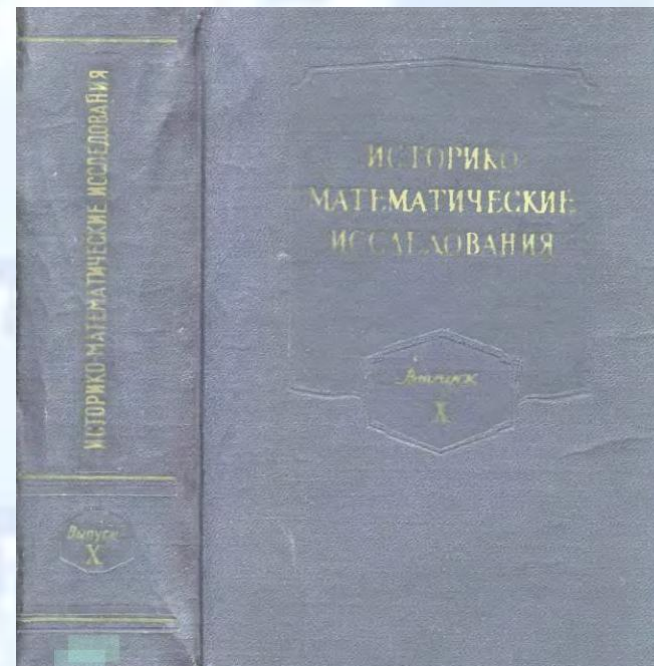
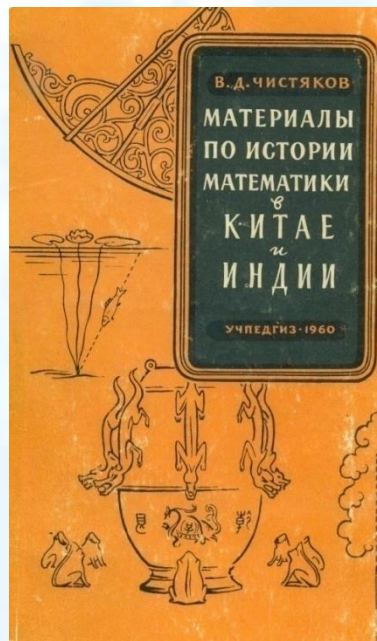


Древний и средневековый Китай





Древний и средневековый тай



Юшкевич А.П. О достижениях китайских ученых в области математики // ИМИ, 1955. № 8. С. 539–572.

Математика в девяти книгах / Перевод Э.И. Березкиной. // ИМИ, 1957. № 10. С. 439–513.

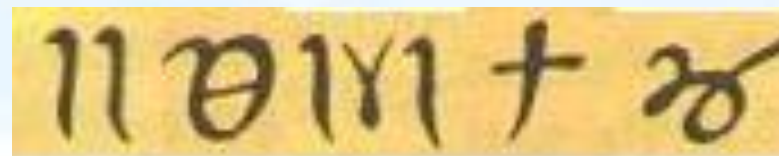
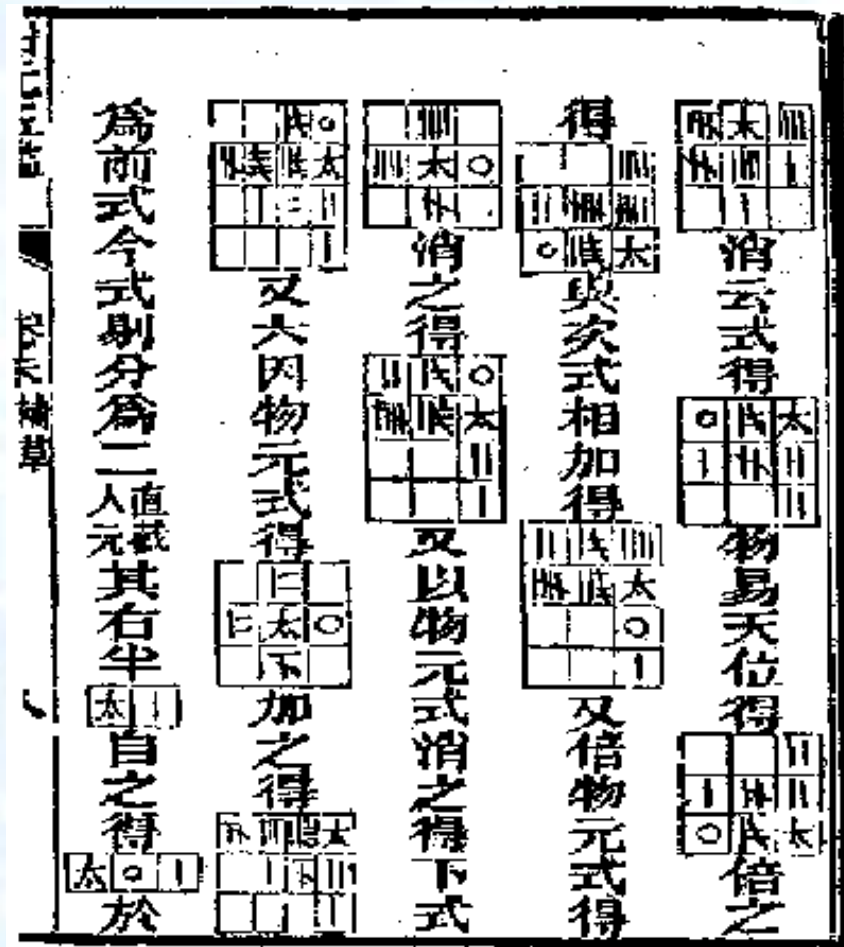
Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. – Саранск: Мордовское книжное изд-во, 1967.

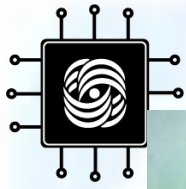
Хуан Т. О древнекитайском трактате “Математика в девяти книгах” в русском переводе”// УМН, 1958, т.13, в.5. С.235–237



ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ

- ❖ Девять отделов арифметики
- ❖ Математика в девяти книгах (II в до н.э.)
- ❖ Трактат об измерительном шесте (II в до н.э.)
- ❖ Математический трактат Сунь-Цзы
- ❖ Драгоценное зеркало четырех элементов (Чжу ши Цзе, 1303)
- ❖ Девять отделов искусства счета (XIII век, комментарии Цинь Цзю-шао к трактату VII в.)
- ❖ Начала искусства вычисления» (1593 г.).

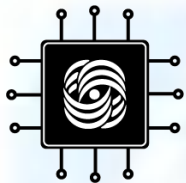




Математика в девяти книгах



- 方田 *Фан тянь* (Измерение полей)
粟米 *Су ми* (Соотношение между различными видами зерновых культур)
衰分 *Шуай фэнь* (Деление по ступеням)
少廣 *Шао гуан*
商功 *Шан гун* (Оценка работ)
均輸 *Цзюнь шу* (Пропорциональное распределение)
盈不足 *Ин бу цзу* (Избыток-недостаток)
方程 *Фан чэн* .
勾股 *Гоу гу*



Математика в девяти книгах, арифметика

Пропорциональное распределение

Правило: в качестве ступеней возьми каждое количество дворов в уезде, объединенное [2] с количеством дней пути для данного уезда. Ступень A —125, каждая из ступеней B и B —95, ступень Γ —64; сложи, это делитель. Количество повозок для налогового зерна умножь на каждую еще не сложенную с другими ступень, это делимое. Объедини делимое и делитель, получишь [искомые количества] повозок. Если имеются дробные [количества], то округли их, умножь 25 ху на количества повозок, это и будут [искомые] количества зерна.

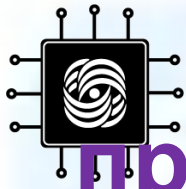
2. Производится пропорциональное распределение поставки людей для выполнения повинности. Уезд A в 1200 человек находится около самой крепости, уезд B в 1550 человек—[на расстоянии] 1 дня пути, уезд B в 1280 человек—[на расстоянии] 2 дней пути, уезд Γ в 990 человек—[на расстоянии] 3 дней пути, уезд D в 1750 человек—[на расстоянии] 5 дней пути [3]. Из всех этих пяти уездов в течение месяца должно быть послано [в крепость] 1200 человек. Спрашивается, сколько человек [должен послать] каждый уезд, если учитывать расстояние и количество человек [4]?

Ответ: уезд A —229 человек,
уезд B —286 человек,
уезд B —228 человек,
уезд Γ —171 человек,
уезд D —286 человек.

Имеется бамбук из девяти колен. Объем трех нижних колен 4 шэна, четырех верхних колен 3 шэна. Спрашивается, каковы [объемы] двух средних колен, если объем каждого [колена] отличается от соседних на равную [величину]?

Ответ: самое нижнее [коленио]— $1\frac{29}{66}$ шэна,
следующее— $1\frac{22}{66}$ шэна, следующее— $1\frac{15}{66}$ шэна,
следующее— $1\frac{8}{66}$ шэна, следующее— $1\frac{1}{66}$ шэна,
следующее— $\frac{60}{66}$ шэна, следующее— $\frac{53}{66}$ шэна,
следующее— $\frac{46}{66}$ шэна, следующее— $\frac{39}{66}$ шэна.

Правило: 4 шэна, разделенные на 3 нижних колена, составляют нижний коэффициент. 3 шэна, разделенные на 4 верхних колена, составляют верхний коэффициент. Из большего нижнего коэффициента вычти верхний меньший, остаток есть делимое. Сумму половин 4 колен и 3 колен вычти из 9 колен, остаток является делителем. Объедини делимое и делитель, получишь [искомое количество] в шэнах, т. е. на столько отличается каждая ступень от соседней. Нижний коэффициент, т. е. 1 с малой половиной шэна, есть объем второго снизу колена [17].



Математика в девяти книгах, правило двух ложных положений

18. Имеется 9 слитков золота и 11 слитков серебра, их взвесили, вес как раз совпал. Переложили слиток золота и слиток серебра, золото стало легче на 13 ланов. Спрашивается, каков вес слитка золота и слитка серебра, каждого в отдельности?

Ответ: вес [слитка] золота 2 цзиня 3 лана 18 чжу, вес [слитка] серебра 1 цзинь 13 ланов 6 чжу.

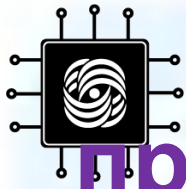
Правило: предположим, что [вес слитка] золота 3 цзиня, тогда [вес слитка] серебра $2\frac{5}{11}$ цзиня, недостаток [равен] 49 в правой строке. Предположим, что [вес слитка] золота 2 цзиня, тогда [вес слитка] серебра $1\frac{7}{11}$ цзиня. Избыток 15 в левой строке. Каждый знаменатель умножь на количества, содержащиеся в этих строках. Избыток и недостаток умножь крест-накрест на предположенные нормы, сложи, это делимое.

Сложи избыток и недостаток, это делитель. Объедини делимое и делитель, получишь вес [слитка] золота. Знаменатель умножь на делитель, раздели на него [делимое], получишь вес [слитка] серебра. Сократи, получишь [искомую] дробь [12].

$$\begin{cases} 9x = 11y \\ 8x + y + 13 = 10y + x \end{cases}$$

$$x = \frac{c_1 x_2 - c_2 x_1}{c_1 - c_2}$$

$$y = \frac{c_1 y_2 - c_2 y_1}{c_1 - c_2}$$



Математика в девяти книгах, правило двух ложных положений

1 цзинь=16 лан 1 лан = 24 чжоу

$$\begin{cases} 9x = 11y \\ 8x + y + 13 = 10y + x \end{cases}$$

Избыток: $x_1=2$ цзиня, $y_1=18/11$ цзиня,

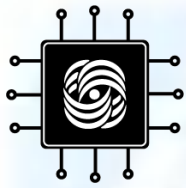
Недостаток: $x_2=3$ цзиня, $y_2=27/11$ цзиня,

$$c_1 = 16 + \frac{18}{11} + \frac{13}{16} - \frac{180}{11} - 2 = 16 + \frac{13}{16} - 14\frac{8}{11} - 2 = 1\frac{3}{11} - 1\frac{3}{16} = \frac{14 \cdot 16 - 19 \cdot 11}{11 \cdot 16} = \frac{15}{11 \cdot 16}$$

$$c_2 = 24 + \frac{27}{11} + \frac{13}{16} - \frac{270}{11} - 3 = 24 + \frac{13}{16} - 22\frac{1}{11} - 3 = 1\frac{10}{11} - 2\frac{3}{16} = \frac{21 \cdot 16 - 35 \cdot 11}{11 \cdot 16} = -\frac{49}{11 \cdot 16}$$

$$x = \frac{3 \cdot 15 + 49 \cdot 2}{64} = \frac{143}{64} = 2\frac{15}{64} \text{ цзиня} = 2 \text{ цзиня} \frac{15}{4} \text{ лана} = 2 \text{ цзиня} 3\frac{3}{4} \text{ лана} = 2 \text{ цзиня} 3 \text{ лана} 18 \text{ чжу}$$

$$y = \frac{143/64}{11/9} = \frac{13 \cdot 9}{64} = \frac{117}{64} = 1\frac{53}{64} \text{ цзиня} = 1 \text{ цзинь} \frac{53}{4} \text{ лана} = 1 \text{ цзинь} 13\frac{1}{4} \text{ ланов} = 1 \text{ цзинь} 13 \text{ ланов} 6 \text{ чжу}$$



Математика в девяти книгах, Правило Фэн чэн

Из 3 снопов хорошего урожая, 2 снопов среднего урожая и 1 снопа плохого урожая получили 39 доу [зерна]. Из 2 снопов хорошего урожая, 3 снопов среднего урожая и 1 снопа плохого урожая получили 34 доу [зерна]. Из 1 снопа хорошего урожая, 2 снопов среднего урожая и 3 снопов плохого урожая получили 26 доу [зерна]. Спрашивается, сколько [зерна] получили из каждого снопа хорошего, среднего и плохого урожая?

Ответ: из 1 снопа хорошего урожая $9\frac{1}{4}$ доу,

из 1 снопа среднего урожая $4\frac{1}{4}$ доу,

из 1 снопа плохого урожая $2\frac{3}{4}$ доу.

[Правило] «фан-чэн»

Правило: расположи 3 снопа хорошего урожая, 2 снопа среднего урожая, 1 сноп плохого урожая, составляющие [их] 39 доу [зерна] с правой стороны. [Расположи] посредине и слева [количества снопов] урожаев в таком же порядке, как и с правой стороны [2]. [Числа] среднего столбца умножь на [количество] [снопов] хорошего урожая в правом столбце и образуй остатки. И еще раз так же образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается все до [количество снопов] среднего урожая в среднем столбце [3]. И снова образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается все до [количество снопов] плохого урожая в левом столбце. Верхнее [число] есть делитель, нижнее [число] есть делимое, делимое для [искомого количества] снопов плохого урожая. [Чтобы] найти [делимое] для среднего урожая, нижнее составляющее среднего столбца умножь на делитель и вычти делимое для плохого урожая. Остаток объедини с количеством снопов среднего урожая, это и будет делимое для среднего урожая. [Чтобы] найти [делимое] для хорошего урожая, нижнее составляющее [количество] правого столбца также умножь на делитель, исключи делимые для плохого урожая и среднего урожая [4], объедини остаток с количеством снопов хорошего урожая, это и будет делимое для хорошего урожая. Все делимые объедини с делителем, получатся [искомые количества] в доу [5].



Правило Фэн чэн

Задача сводится к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x+2y+z=39 \\ 2x+3y+z=34 \\ x+2y+3z=26 \end{cases}$$

В китайской записи выглядит это так:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{pmatrix}$$

Далее согласно правилу проводятся следующие преобразования этой таблицы:

Первый шаг. Числа среднего столбца умножь на количество снопов хорошего урожая в правом столбце и образуй остатки. Тогда получим:

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 26 & 102 & 39 \end{pmatrix}$$

В соответствии с этим «делимое» для x будет:

$$\frac{39 \cdot 36 - 99 - 2A}{3} = B.$$

Седьмой шаг. Все делимые объедини с делителем, получатся искомые количества в доу.

Следовательно, будем иметь:

$$z = \frac{99}{36} = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4} \text{ (доу);}$$

$$y = \frac{A}{36} = 4 \frac{1}{4} \text{ (доу);}$$

$$x = \frac{B}{36} = 9 \frac{1}{4} \text{ (доу).}$$

Второй шаг. И еще раз также образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается все до количества снопов среднего урожая в среднем столбце.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 26 & 63 & 39 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

Третий шаг. И снова образуй остатки до тех пор, пока не исчерпается до количества снопов плохого урожая в левом столбце. Будем иметь:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 2 \\ 9 & 1 & 1 \\ 78 & 24 & 39 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \\ 39 & 24 & 39 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 20 & 5 & 2 \\ 40 & 1 & 1 \\ 195 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 15 & 5 & 2 \\ 39 & 1 & 1 \\ 171 & 24 & 39 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 10 & 5 & 2 \\ 38 & 1 & 1 \\ 147 & 24 & 39 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 5 & 5 & 2 \\ 37 & 1 & 1 \\ 123 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

Четвертый шаг. Верхнее число (36) есть делитель, нижнее число (99) есть делимое для искомого количества снопов плохого урожая.

Пятый шаг. Чтобы найти делимое для среднего урожая, нижнее составляющее среднего столбца умножь на делитель и вычти делимое для плохого урожая. Остаток объедини с количеством снопов среднего урожая, это и будет делимое для среднего урожая.

Таким образом «делимое» для y будет:

$$\frac{24 \cdot 36 - 99}{5} = A.$$

Шестой шаг. Чтобы найти делимое для хорошего урожая, нижнее составляющее количества первого столбца также умножь на делитель, исключи делимое для первого урожая и среднего урожая, объедини остаток с количеством снопов хорошего урожая, это и будет делимое для хорошего урожая.

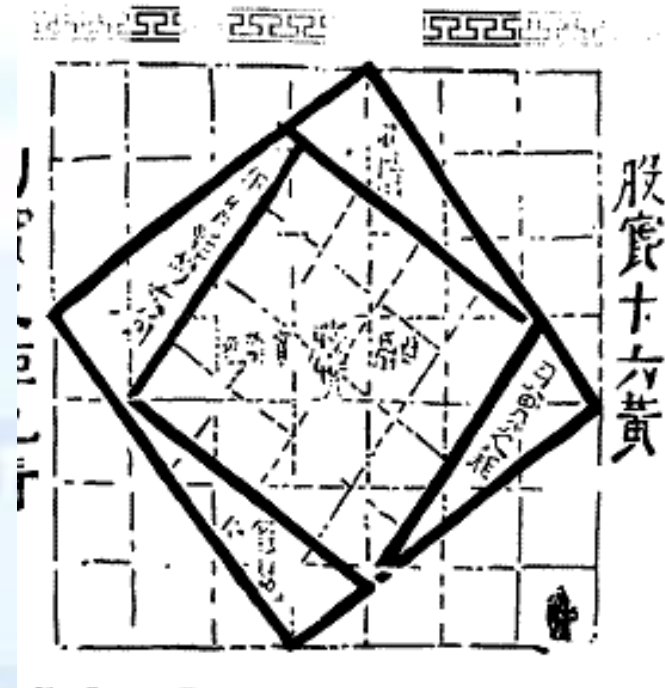
Геометрия



Чжан Хэн (II в.н.э.) $\pi = \sqrt{10} \approx 3,16227$

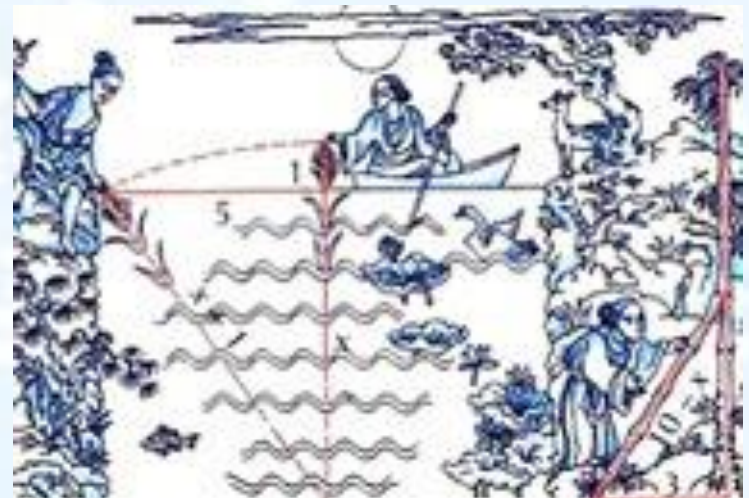
Лю Хуэй (III в.н.э.) $\pi = 157/50$

Цзу Чун-чжи (430-501)
 $3,1415926 < \pi < 3,1415927$



Лю Хуэй «Математика морского острова»

«Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснется его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?».

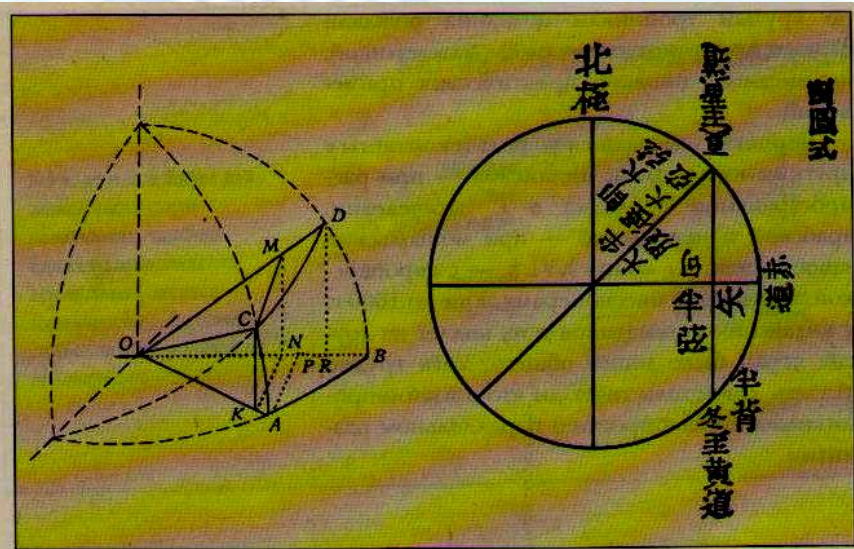




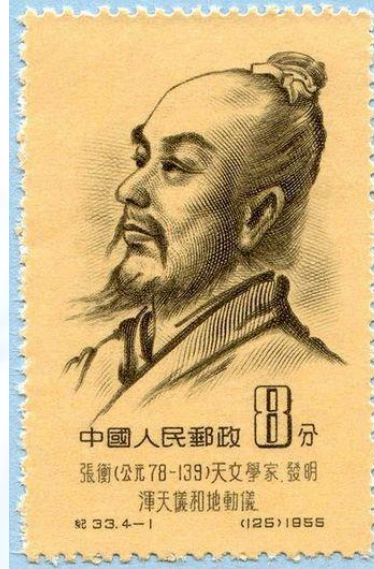
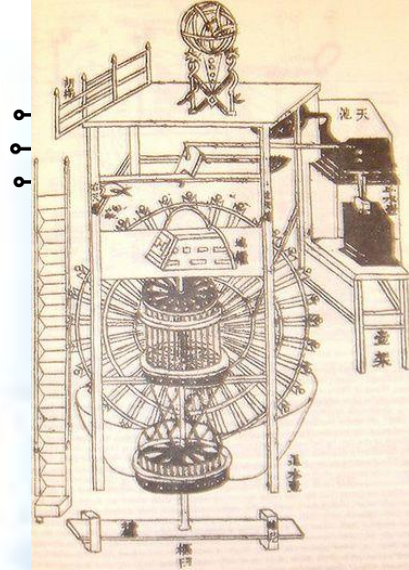
Тригонометрия



- ✓ В древности знали тригонометрические свойства прямоугольного треугольника (трактат «Чеу-Пей»)
- ✓ Начало IV века – «Зеркало для измерения круга», Лей Ин Кинг
- ✓ Первые сочинения – 7-8 век н.э., «Арифметические классики тригонометрии Чау» (Чай Чванг)
- ✓ 13 век – Кашу Кинг, первое сочинение по сферической тригонометрии



Задачи по сферической тригонометрии
астрономов—составителей календарей
Го Шоу Цзина (1276 г., слева) и Син Юн Люя (1600 г.,
справа).



«Не надо беспокоиться о своем низком социальном уровне, а надо беспокоиться о своем низком уровне морали»
(Чжан Хэн, эпоха династии Хань, изобретатель сейсмографа и армиллярной сферы)

«Метод небесного элемента» – в трактате «Девять отделов искусства счета»

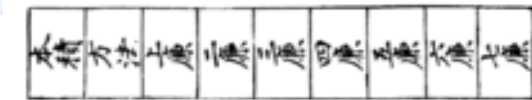
Числовые ряды – в трудах Шень Ко (1030-1094)



4	9	2
3	5	7
8	1	6

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	1410

Магический квадрат Ян Хуэя

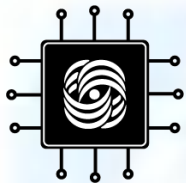

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3!}$$

$$1 + 8 + 30 + 80 + \dots + \frac{n^2(n+1)(n+2)}{3!} = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(4n+1)}{5!}$$

$$6 + 48 + 180 + \dots + \frac{n^2(n+1)(n+2)}{20} = \frac{1}{20}n(n+1)(n+2)(n+3)(4n+1)$$

$$6 + 90 + 336 + 900 + \dots + \frac{n^2(n+1)(2n+1)}{10} = \frac{1}{10}n(n+1)(n+2)(n(4n+1+1/2) + (4n+1/2))$$

Правила вычисления суммы первых членов арифметической прогрессии и суммы квадратов натуральных чисел наглядно обоснованы Ян Хуэем в трактате 1275 г.

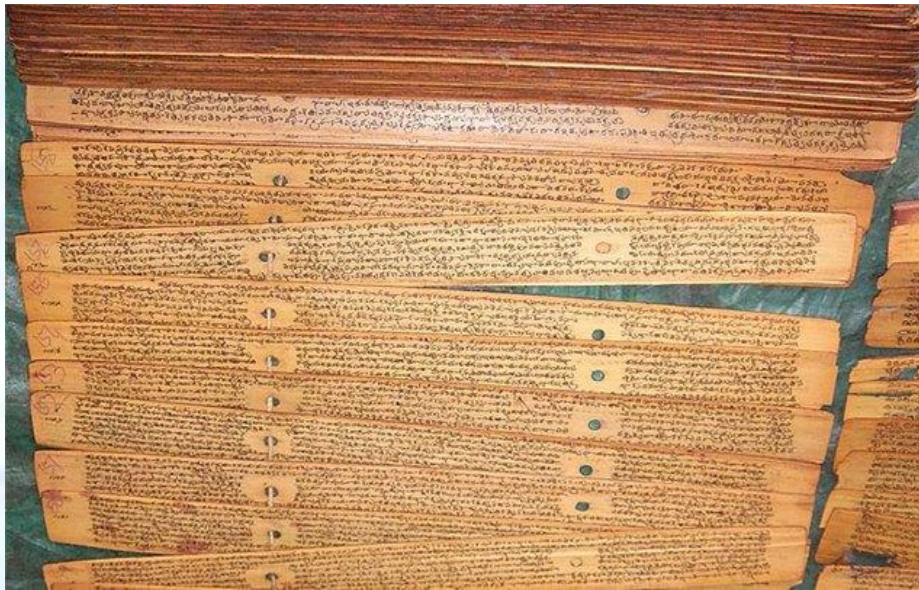
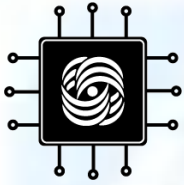


Древняя и средневековая Индия



- ❖ Середина III тысячелетия до н.э.
- ❖ Рабовладельческие государства - I тысячелетие до н.э., борьба за власть между воинами (кшатриями) и священниками (брахманами).
- ❖ IX в. до н.э. — связь с Вавилоном.
- ❖ VI в. до н.э. — северную часть Индии захватывает персидский царь Дарий
- ❖ V век до н.э. — буддизм
- ❖ в IV в. до н.э. приходит Александр Македонский
- ❖ IV в. н.э. — северную и центральную Индии объединяет династия Гупта.





I тысячелетие до н.э. - первые священные книги брахманов («Веды»)

VII-V вв. до н.э – «Шулва сутра» («Книга веревки»)

IV в. н.э. – Сиддханты

499 – «Ариабхаттам» Ариабхатты

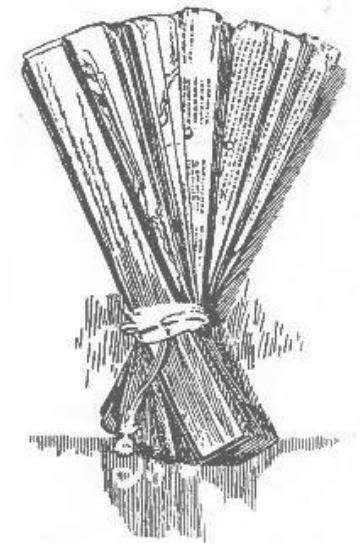
VI-VIII вв. – анонимная рукопись по арифметике и алгебре

628 – «Усовершенствованная наука Брахмы» Брахмагупты

850 – «Краткий курс арифметики» Магавиры

XI в. – «Курс арифметики» Шриддхары

XII в. – «Венец науки» Бхаскары II



Ариабхата I (476-550)

Бхаскара I (VII в.)

Брахмагупта (598-660)

Шриддхара (VIII-IX вв.)

Магавира (814/815-880)

Ариабхата II (X век)

Бхаскара II (1114 – после 1178)

Мадхава (XIV-XV вв.)

Нарайна (XIVв.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
XII век	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1197 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1275 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Ок. 1294 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1303 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1360 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1442 г.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0





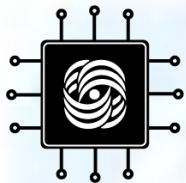
Ариабхата (476 – ок.550)

$$\pi = 3.1416$$

«Ариабхатиам»

- ❑ Дашагитика – система обозначения чисел (10 строф)
- ❑ Ганитапада – математика (33 строфы)
- ❑ Калакриапада – определение времени (25 строф)
- ❑ Голапада – учение о небесной и земной сферах (50 строф)





Брахмагупта (ок. 598 – 660)

«Усовершенствованная наука Брахмы» (628)

«Сумма двух имуществ есть имущество, двух долгов – долг, сумма имущества и долга – их разность или, если они равны, нуль. Сумма нуля и долга есть долг, имущества и нуля – имущество, двух нулей – нуль. Меньшее вычитается из большего, имущество из имущества, долг из долга, но если вычитается большее из меньшего, значение избытка меняется. Долг, будучи вычтен из нуля, делается имуществом, имущество превращается в долг»

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{cb}{db} = \frac{ad - cb}{bd}$$

$$a + \frac{b}{c} = \frac{a \times c + b}{c} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

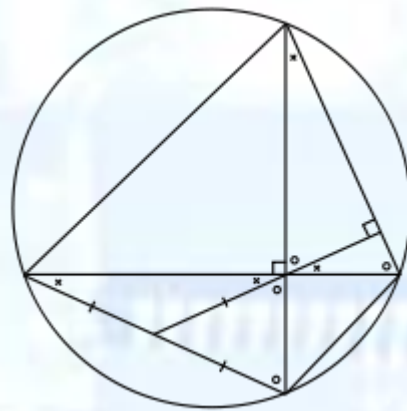
"Кхандакхадьяка" (655.), основополагающий труд по астрономии. 20

Брахмагупта (ок. 598 – 660)



Теорема Браhmaгупты

Пусть имеется вписанный четырёхугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны. Опустим из точки пересечения диагоналей перпендикуляр на одну из его сторон. Будучи продолженным по другую сторону от точки пересечения диагоналей, этот перпендикуляр делит противоположную сторону четырёхугольника на две равные части



$$S = \sqrt{(p - a)(p - b)(p - c)(p - d)}.$$

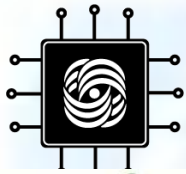
$$ax^2 + c = y^2, \quad ax^2 - c = y^2.$$

$$\pi \approx \sqrt{10}$$

$$8x^2 + 1 = y^2 : (x, y) = (1, 3), (6, 17), (35, 99), (204, 577), (1189, 3363)$$

$$11x^2 + 1 = y^2 : (x, y) = (3, 10), (161/5, 534/5),$$

$$61x^2 + 1 = y^2 : x = 226153980, y = 1766319049 \text{ – наименьшее решение}$$



Алгебра (Брахмагупта)

$$x^2 = \text{ва},$$

$$x^3 = \text{гха},$$

$$x^4 = \text{ва} \cdot \text{ва},$$

$$x^5 = \text{ва гха гхата},$$

$$x^6 = \text{ва гха},$$

$$x^7 = \text{ва ва гха гхата},$$

$$x^8 = \text{ва ва ва},$$

$$x^9 = \text{гха гха}.$$

$ax^2 + bx = c$, где $a > 0$, b и c – любые

$$4a^2x^2 + 4abx = 4ac,$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b$$

$$2ax + b = \sqrt{4ac + b^2},$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{4ac + b^2}}{2a}.$$

уравнение

$$8x^3 + 4x^2 + 10y^2x = 4x^3 + 12y^2x$$

записывается в виде

йа гха 8 йа ва 4 ка ва йа 10

йа гха 4 йа ва 0 ка ва йа 12.



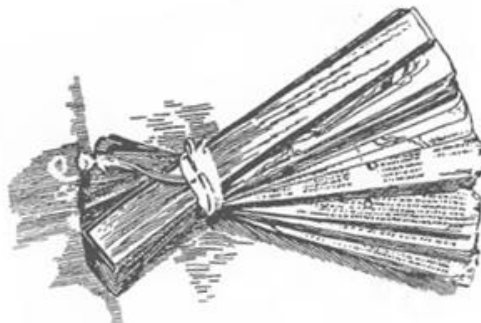
Бхаскара II (1114 – 1185)

«Лилавати»

1. Метрология;
2. Действия над целыми числами и дробями и извлечение корней;
3. Способ обращения, способ ложного положения и другие частные приемы решения задач;
4. Задачи на бассейны и смеси;
5. Суммирование рядов;
6. Планиметрия;
- 7—11. Вычисление различных объемов;
12. Задачи неопределенного анализа;
13. Задачи комбинаторики.

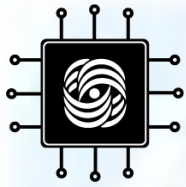
«Биджаганита»

1. Действия над положительными и отрицательными числами;
- 2—3. Неопределенные уравнения 1-й и 2-й степени;
4. Линейные алгебраические уравнения;
5. Квадратные уравнения;
6. Системы линейных уравнений;
- 7—8. Неопределенные уравнения 2-й степени.

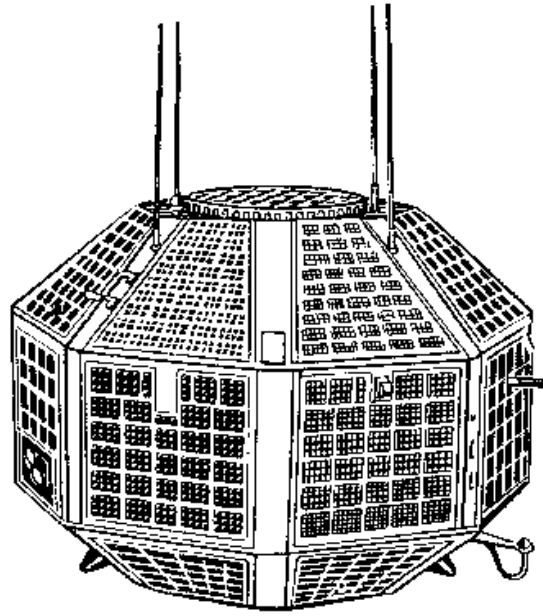


$$y^2 = ax^2 + b$$

$$y^2 = ax^2 + 1$$

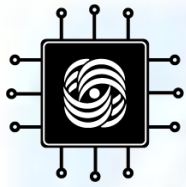


Бхаскара II (1114 – 1185)



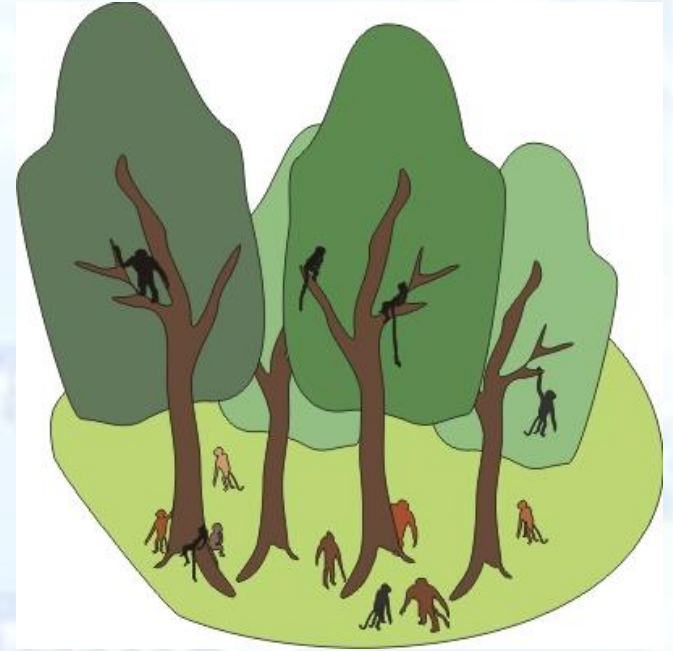
$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a + b \pm 2\sqrt{ab}}$$



$$\frac{x^2}{64} - x + 12 = 0$$

«На две партии разбившись,
Забавлялись обезьяны,
Часть восьмая их в квадрате
В роще весело резвилась.
Криком радостным двенадцать
Воздух свежий оглашали.
Вместе сколько, ты мне скажешь,
Обезьян там было в роще?»



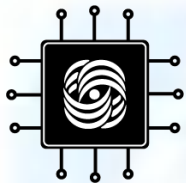
Доказать:

$$\sqrt{16 + \sqrt{120} + \sqrt{72} + \sqrt{60} + \sqrt{48} + \sqrt{40} + \sqrt{24}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{6}$$

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5 + \sqrt{24}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{9} + \sqrt{54} + \sqrt{450} + \sqrt{75}}{5 + \sqrt{3}} = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$$



Алгебра

«Найти такое число, чтобы, умноженное на 12 и прибавленное к своему кубу, оно давало сумму ушестеренного квадрата искомого числа, увеличенного на 35»

$$x^3 - 6x^2 + 12x = 35.$$

Стоит теперь из левой и правой частей вычесть 8, чтобы в левой части получился полный куб, т. е.:

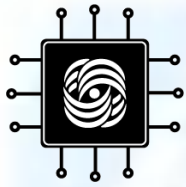
$$(x - 2)^3 = 27.$$

Откуда:

$$x - 2 = 3.$$

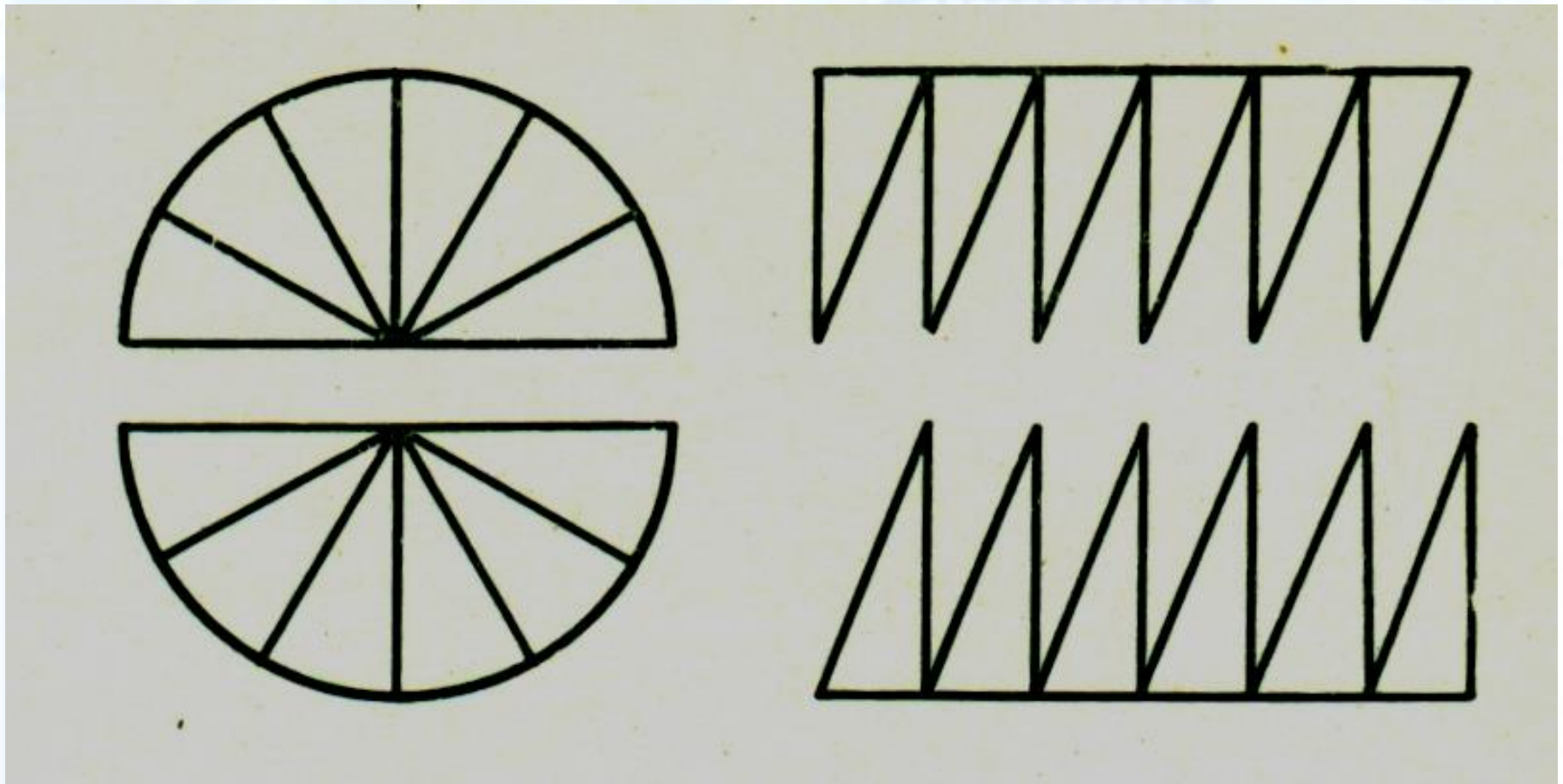
И, следовательно:

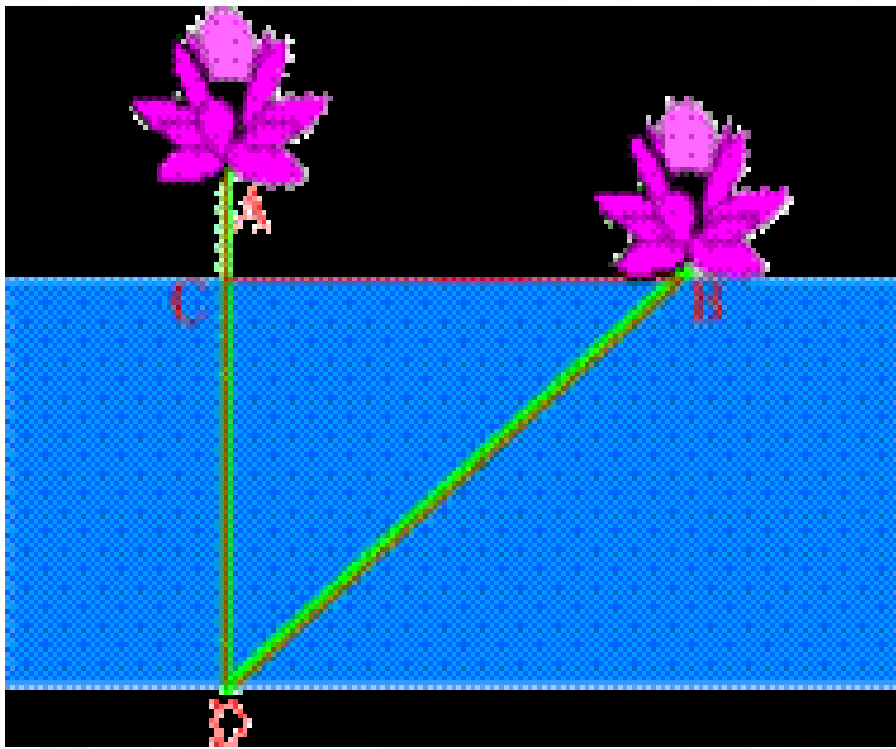
$$x = 5.$$



Геометрия

Площадь круга равна площади прямоугольника, стороны которого – полуокружность и полудиаметр.





Над озером тихим, с полфута размером,
Высился лотоса цвет.

Он рос одиноко. И ветер порывом
Отнес его в сторону. Нет
Больше цветка над водой,
Нашел же рыбак его ранней весной
В двух футах от места, где рос.

Итак, предложу я вопрос:

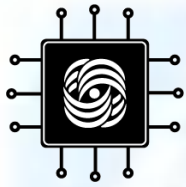
Как озера вода

Здесь глубока?

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + 2^2$$

$$x + \frac{1}{4} = 4$$

$$x = 3\frac{3}{4} (\text{фута})$$



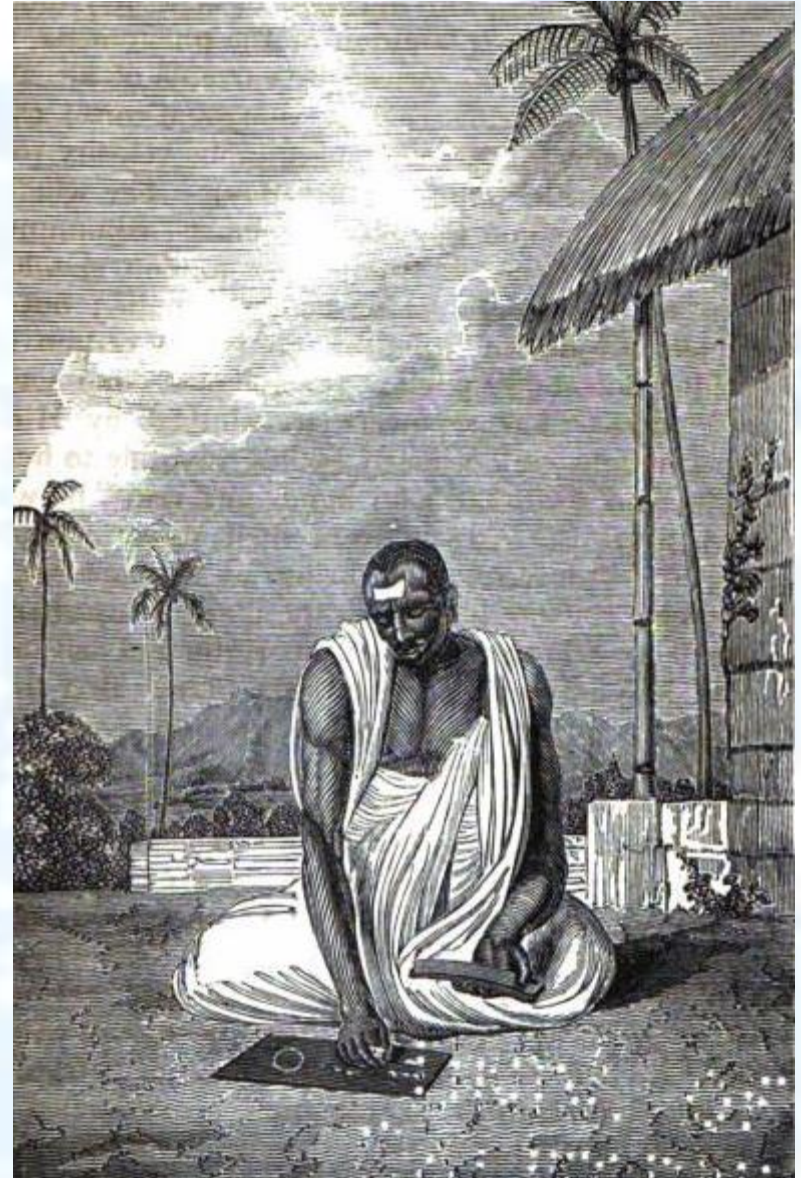
Геометрия

Ариабхатта

1. Определение квадрата и куба, площадь и объем
2. Площади треугольника и куба, приближение числа «пи»
3. Неточная формула объема шара
4. Теорема Пифагора
5. Теория гномона

Брахмагупта

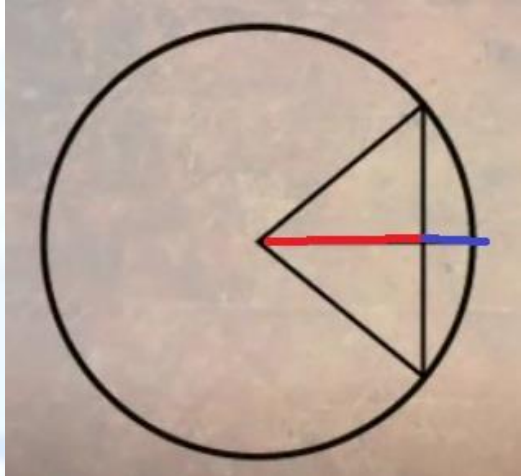
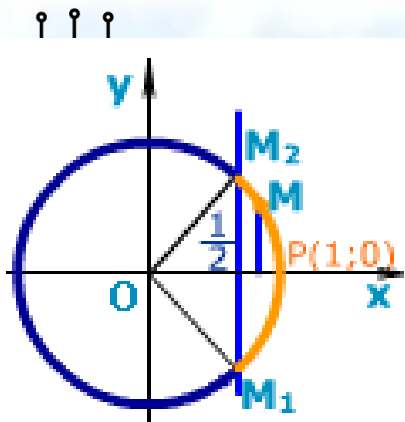
1. Теорема Брахмагупты о площади четырехугольника
2. Теоремы о хордах и полухордах
3. Измерение призмы, пирамиды, приближенные формулы для других тел
4. Задачи о гномоне



Тригонометрия

$$\sin^2 a + \sin \text{vers}^2 a = 4 \sin^2 (a/2)$$

$$\sin^2 (a/2) = (\sin \text{vers} a) / 2$$

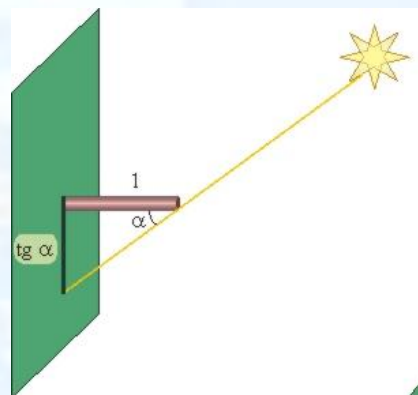


полухорда
ардхаджива
джива
джайб (впадина)
синус

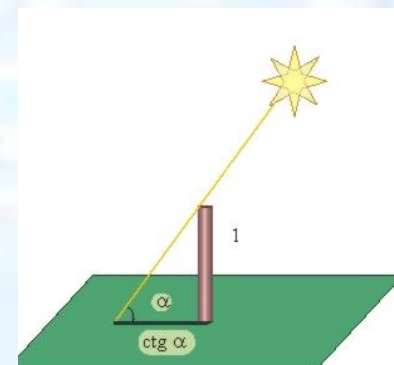
Sinus totus

Complimenti sinus (cosinus)
– синус дополнения, 1620,
Гюнтер

Sinus versus



«зилл ма'кус»
umbra versa
тангенс (1583, Финке)



«зилл мустав»
umbra recta
котангенс
(Гюнтер, 1620)

джива – хорда, ватар



$$\pi = 3,14159265359$$

$$3 + \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{4}{4 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{4}{6 \cdot 7 \cdot 8} - \frac{4}{8 \cdot 9 \cdot 10} + \dots$$

Нилаканти (1444-ок.1501)

Парамешвара (ок.1370 - ок.1460)

Мадхава (1340 - 1425)

$$\pi = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \dots$$



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА

М.М. ПОСТНИКОВ

МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ

1. Индийский метод

Индийский метод составления магических квадратов (иногда называемый также сиа м с к и м) является, по-видимому, самым древним алгоритмом построения магических квадратов произвольного нечетного порядка $n = 2m + 1$. Этот алгоритм описывается следующими правилами:

1°. Числа от 1 до n^2 поочередно вписываются в клетки основного квадрата.

2°. Если некоторое правило требует вписать данное число в клетку, лежащую вне основного квадрата, то вместо этого рассматриваемое число вписывается в эквивалентную клетку основного квадрата.

3°. Число 1 вписывается в среднюю клетку верхнего ряда, т. е. в клетку с координатами

$$(m, 2m).$$

4°. Если число z вписано в клетку с координатами (x, y) , то следующее число $z + 1$ вписывается в клетку с координатами $(x + 1, y + 1)$, т. е. в клетку, смежную с клеткой (x, y) , в направлении восходящей диагонали, при условии, что эта последняя клетка еще свободна от чисел.

5°. Если клетка с координатами $(x + 1, y + 1)$ уже занята некоторым числом, то число $z + 1$ вписывается в клетку с координатами $(x, y - 1)$, т. е. в клетку, непосредственно примыкающую снизу к клетке (x, y) . (Оказывается, что это всегда возможно, т. е. клетка $(x, y - 1)$ обязательно свободна от чисел.)

Математика в странах ислама





Ал-Хорезми Абу Абдаллах (или Абу Джафар) Мухаммад ибн Муса (род. до 800 г., умер после 847). Жил в Багдаде. Теория квадратных уравнений. Теория десятичной системы.

Ал-Кинди. Арабский философ из Басры. Преподавал в Багдаде (первая половина IX в.).

Ал-Махани. Жил в Багдаде (род. около 860 г., умер около 880). Пример уравнения третьей степени.

Сабит ибн Корра ал-Харрани. Перевел «Начала» и другие работы. Жил в Багдаде. Математик. Астроном.

Ал-Рази (или **Разес**). Вторая половина IX в. (умер в 923 г.). Уроженец Рея (близ Тегерана). Жил в Багдаде. Великий врач. Алхимик и физик.

Ал-Фараби (870—950). Жил в Дамаске, Алеппо, Багдаде. Философ и ученый-энциклопедист.

Абу-Камил Шуджа ибн Аслам (род. около 850 г., умер около 930). Жил в Каире. Продолжатель ал-Хорезми в области алгебры.

Ал-Уклидизи. Первое изложение десятичных дробей.

Ал-Хазен (умер между 961 и 971 гг.). Из Хорасана. Решил кубическое уравнение ал-Махани при помощи конических сечений. Работы, посвященные диофантовым уравнениям.

Абу-л-Вафа (ал-Бузджани). «Книга об арифметике, необходимой для писцов и торговцев» (около 970 г.). Тригонометрия.

Ал-Худжанди (умер в 1000 г.). Теорема синусов для сферических треугольников.

Ал-Бируни Абу Райхан (973—1050). Родился в Хорезме. Астроном, математик, географ, историк, физик.

Ибн Сина (латинизир. **Авиценна**) (980—1037). Родился около Бухары. Великий ученый-энциклопедист. Философ, астроном, физик и врач.

- **Ибн ал-Хайсам** (латинизир. **Альгазен**) (род. в 965 г., умер около 1039 г. в Каире). Астроном, математик. Трактат по оптике. Самый знаменитый физик арабского мира.
- **Кушияр ибн Лаббан** (около 1000 г.), выходец с юга Каспийского побережья, и **Ал-Насави** из Хорасана: математики.
- **Ал-Караджи** (или **ал-Кархи**) **Абу Бакр Мухаммад**. Жил в Багдаде в конце X—начале XI вв. (умер между 1019 и 1029 гг.). «Достаточная книга о науке арифметике». Книга об алгебре «Ал-Фахри».
- **Ал-Заркали** (вторая половина XI в.). Астроном из Кордовы.
- **Ал-Хайями** (или **Омар Хайям**) (род. около 1048 г., умер в 1131?). Происходит из Нашпура. Математик, астроном, философ, поэт. Геометрическая теория кубических уравнений.
- **Ал-Хазен** (работал в 1115—1130 гг.). Астрономия, механика, научные инструменты.
- **Ас-Самавал** (умер в 1174 г.). Продолжал дело ал-Караджи. Трактат «Ал-Бахир». Десятичные дроби.
- **Ибн Баджа** (латинизир. **Авемпас**). Философ. Выступил с критикой системы Птолемея с аристотелевой точки зрения.
- **Ибн Зур** (**Авензоар**). Великий врач.

Ибн Рушд (латинизир. Аверроэс) (1126—1198). Жил в Андалусии и Марокко. Философ, астроном, врач.

Шараф ад-Дин ат-Туси (работал в 1213—1214 гг.). Алгебраический трактат «Об уравнениях». Астрономия, математика.

Насир ад-Дин ат-Туси (род. в 1201 г. в Персии, умер в 1274 г. близ Багдада). Астроном, математик, логик, философ, поэт. Тригонометрия: «Трактат о полном четырехугольнике», «Арифметический сборник при помощи песка и таблицы». Руководил Марагинской обсерваторией (Иран).

Ибн ал-Банна (1256—1321, Марокко). Математик и астроном, автор «Талхиса».

Камал ад-Дин ал-Фаризи (умер в Тебризе в 1320 г.). Оптика, математика.

Ал-Каши Джамшид Гияс ад-Дин (род. в Кашане (Иран), умер в Самарканде в 1429 г.). Математик и астроном: «Ключ к арифметике» (1427), «Трактат об окружности» и «Трактат о хорде и синусе» (не найден).

Кази-заде ар-Руми. Астроном (обсерватория Улугбека в Самарканде).

Ал-Калазади. Математик из Северной Африки.



Багдад (IX в)

Бухара,

Хорезм,

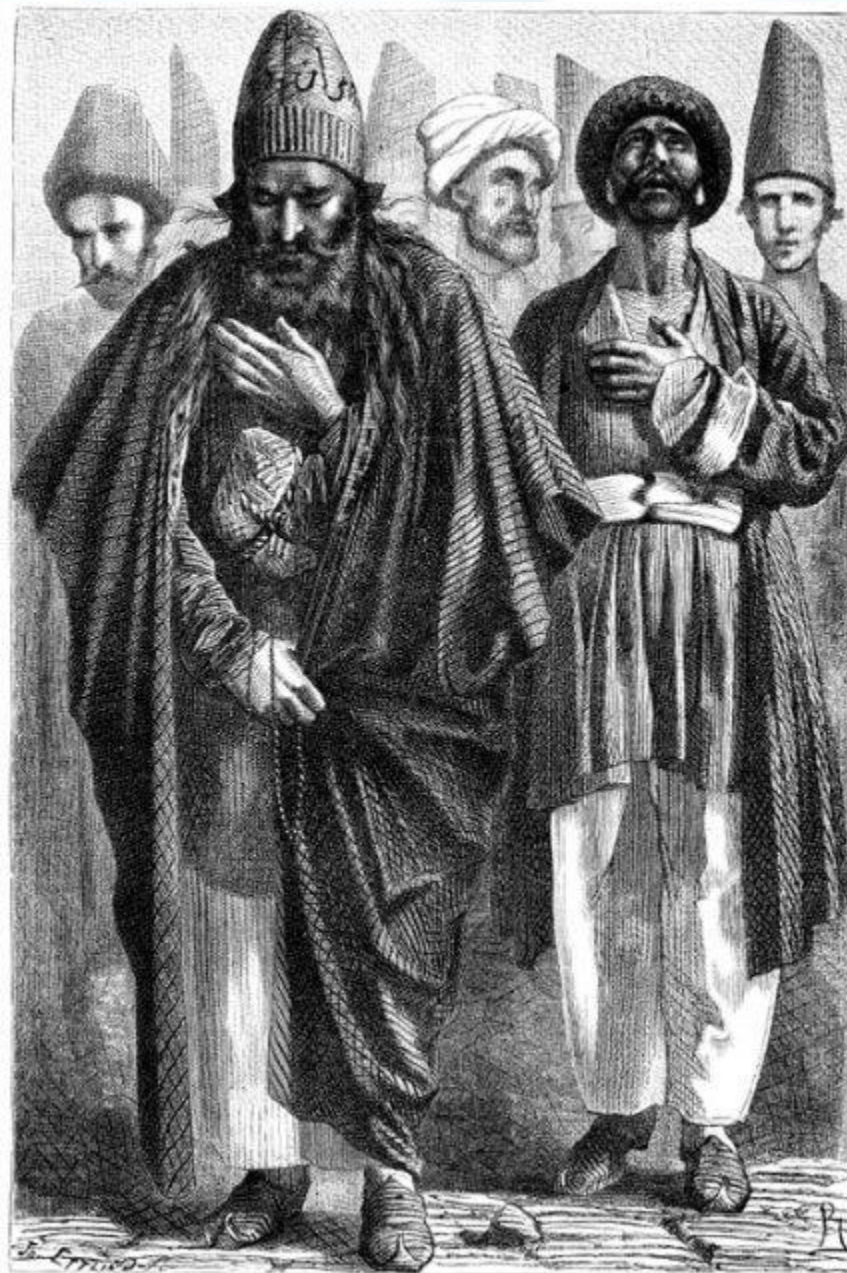
Каир

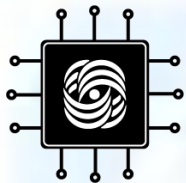
Газна (X в.),

Исфахан (XI в.)

Мараге (XIII в)

Самарканд (XV в.)



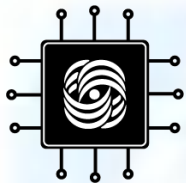


Абу Адаллах Мухаммад ибн Муса ал Маджуси ал-Хорезми

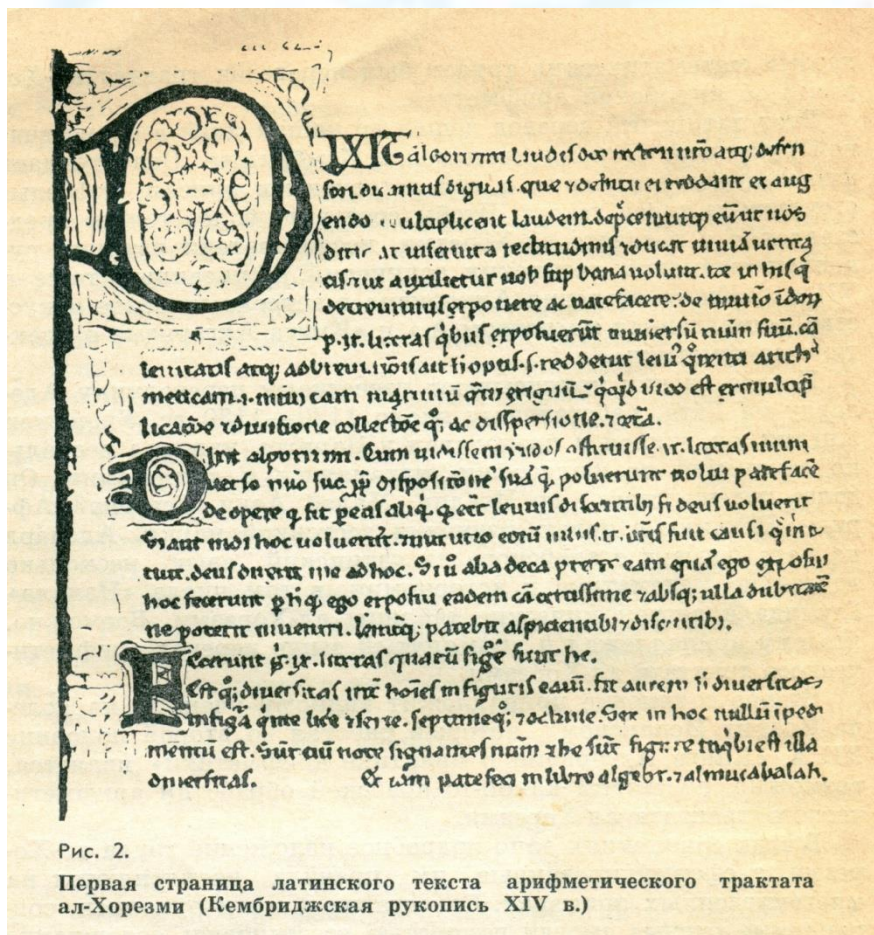
Конец VIII века – около 850

- ❖ Книга об индийской арифметике (Книга об индийском счете)
- ❖ Краткая книга об исчислении ал-джебр и ал-мукабалы
- ❖ Астрономические таблицы (зидж)
- ❖ Книга картин Земли
- ❖ Книга о построении астролябии
- ❖ Книга о действиях с помощью астролябии
- ❖ Книга о солнечных часах
- ❖ Трактат об определении эры евреев и их праздниках
- ❖ Книга истории





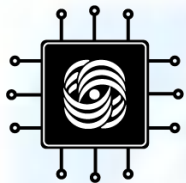
Ал Хорезми – Книга об индийском счете



- ❖ Объясняется принцип записи чисел
- ❖ Излагаются способы вычисления, азы «индийской арифметики» – сложение и вычитание, операции «удвоения» и «раздвоения», умножение и деление.
- ❖ Правило проверки с помощью девятки
- ❖ Арифметика дробей (сначала шестидесятеричных, которые ранее применялись в астрономии, включая операцию умножения дробей, далее – про обыкновенные дроби)
- ❖ Извлечение квадратного корня (по трактату Иоанна Испанского)

Рис. 2.

Первая страница латинского текста арифметического трактата ал-Хорезми (Кембриджская рукопись XIV в.)



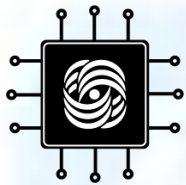
$$5963+3419=9382$$

$$9+3+8+2=22; \text{ мерило } 22-9-9=4$$

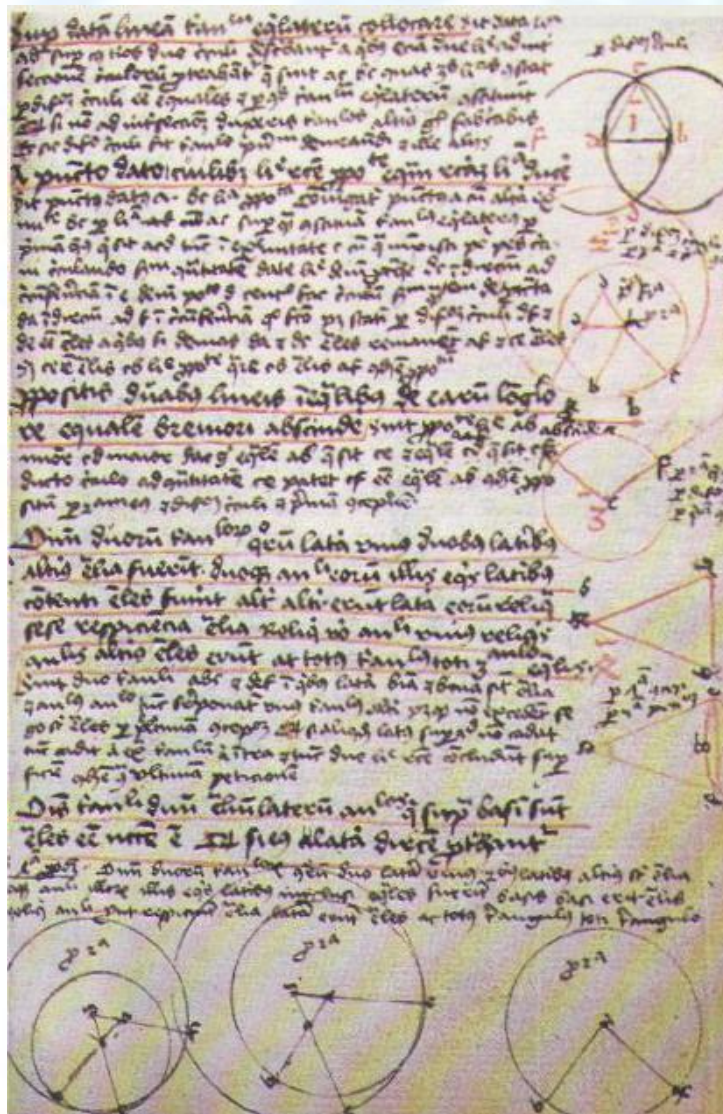
$$5+9+6+3=23; \text{ мерило } 23-9-9=5$$

$$3+4+1+9=17; \text{ мерило } 17-9=8$$

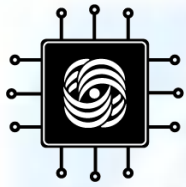
$$8+5=13; \quad 13-9=4$$



Ал Хорезми – Книга об Ал-джабр и ва-л-мукабала



«Ал-джабр ва-л-мукабала» - книга восполнения и противопоставления. «Я составил это небольшое сочинение из наиболее легкого и полезного в науке счисления и притом такого, что требуется постоянно людям, в делах о наследовании, наследственных пошлинах, при разделе имущества, в судебных процессах, в торговле и во всех деловых взаимоотношениях, случаях измерения земель, проведения каналов, в геометрических вычислениях и других предметах различного рода и сорта...»



Абу Адаллах Мухаммад ибн Муса ал Маджуси ал-Хорезми

$$ax^2 = bx \quad ax^2 = c \quad bx = c \quad ax^2 + bx = c$$

$$ax^2 + c = bx \quad bx + c = ax^2$$

«Ты разделил 10 дирхемов на две части, затем умножил каждую часть на себя, затем сложил их и прибавил к ним разность между частями до умножения и в сумме получил 54»

$$(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54$$

«После восполнения и противопоставления ты скажешь: 110 дирхемов и два квадрата равны 54 дирхемам и двадцати двум вещам»

$$110 + 2x^2 = 54 + 22x$$

«Приведи два квадрата к одному, т.е. возьми половину всего, что у тебя»

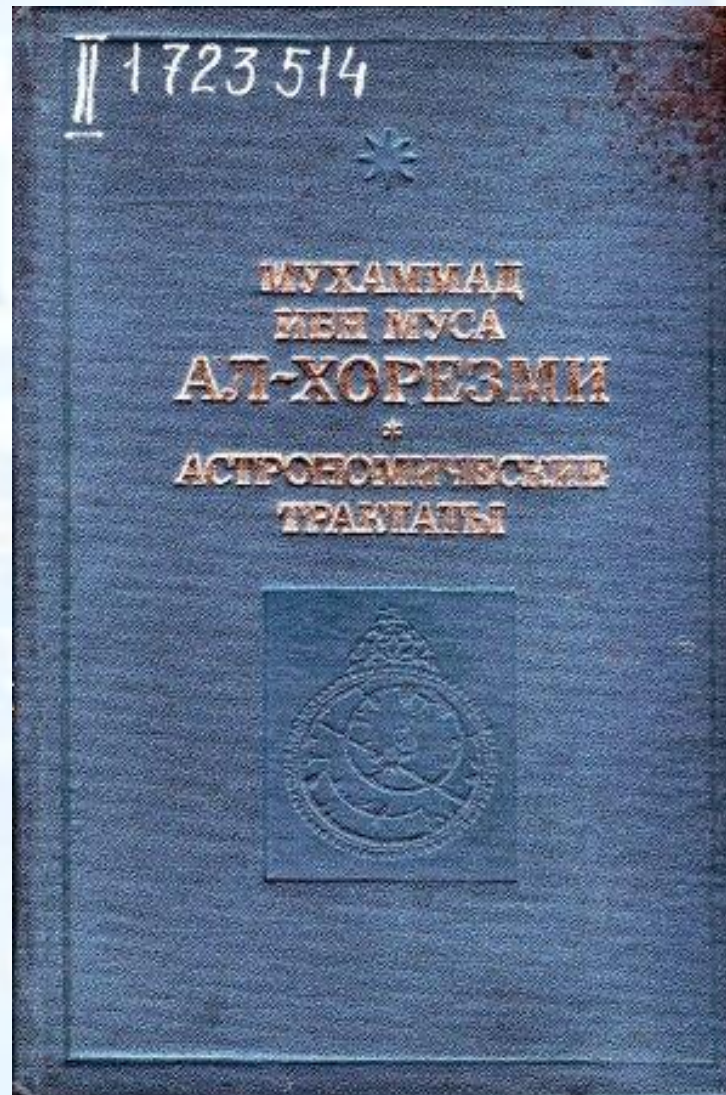
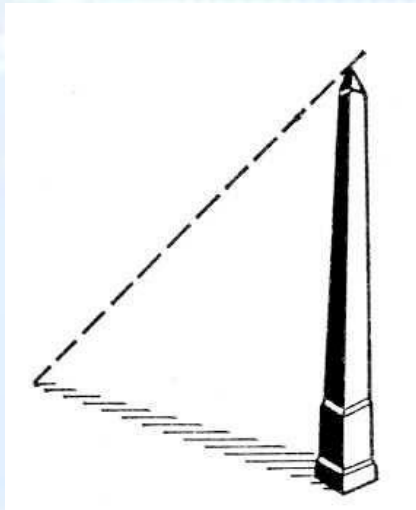
$$55 + x^2 = 27 + 11x$$

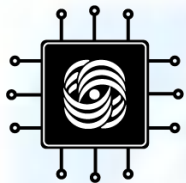
После противопоставления

$$28 + x^2 = 11x$$

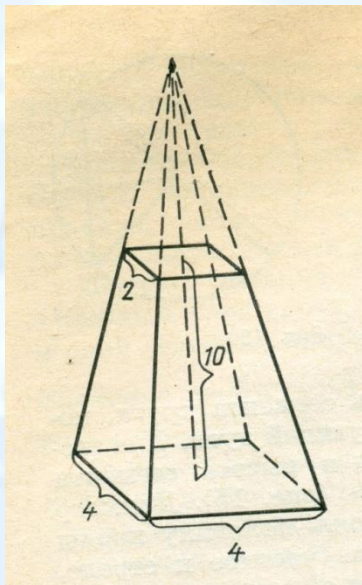


Ал-Хорезми - Зидж





Абу Адаллах Мухаммад ибн Муса ал Маджуси ал-Хорезми

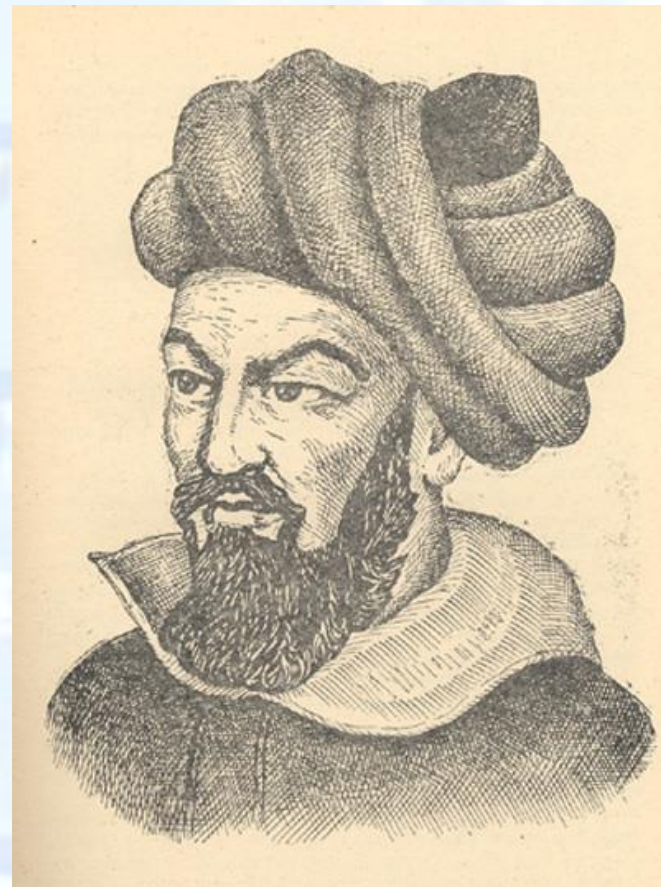


$$\pi = \frac{22}{7} = 3,1428$$

$$\pi = \sqrt{10} \approx 3,16227$$

$$\pi = \frac{62832}{20000} = 3,1416$$

Определить отрезки, на которые делит основание AC перпендикуляр, опущенный из противоположной вершины В треугольника ABC, если даны его стороны: AB=15, BC=13, AC=14.



Абу Камил Шуджа ибн Аслам (ок. 850 – 930).



«Книга об ал-джабр и ал-мукабала», «Книга редкостей в арифметике»

Абу-л-Вафа Мухаммад ибн Мухаммад ибн Яхья ибн Исмаил ибн ал-Аббас ал-Бузджани (940-998)

«Книга о том, что нужно знать писцам, дельцам и другим в науке арифметике»

Главные дроби (доли единицы от $1/2$ до $1/10$)

Составные m/n

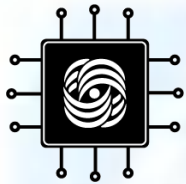
Соединенные (произведения главных дробей).



Абу Бакр Мухаммед ибн ал-Хасан ал-Караджи

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \left(\sum_{k=1}^n k \right) \left(\frac{2}{3}k + \frac{1}{3} \right)$$



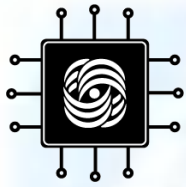
Абу-л-Хасан Сабит ас –Саби ал-Харрани ибн Корра (836-901)



- Переводы и комментарии к трудам Аполлония, Архимеда, Евклида.
- Попытка доказать 5-й постулат
- Квадратуры и кубатуры
- Трисекция угла
- Сферическая тригонометрия
- Дружественные числа

Книга о Карастуне

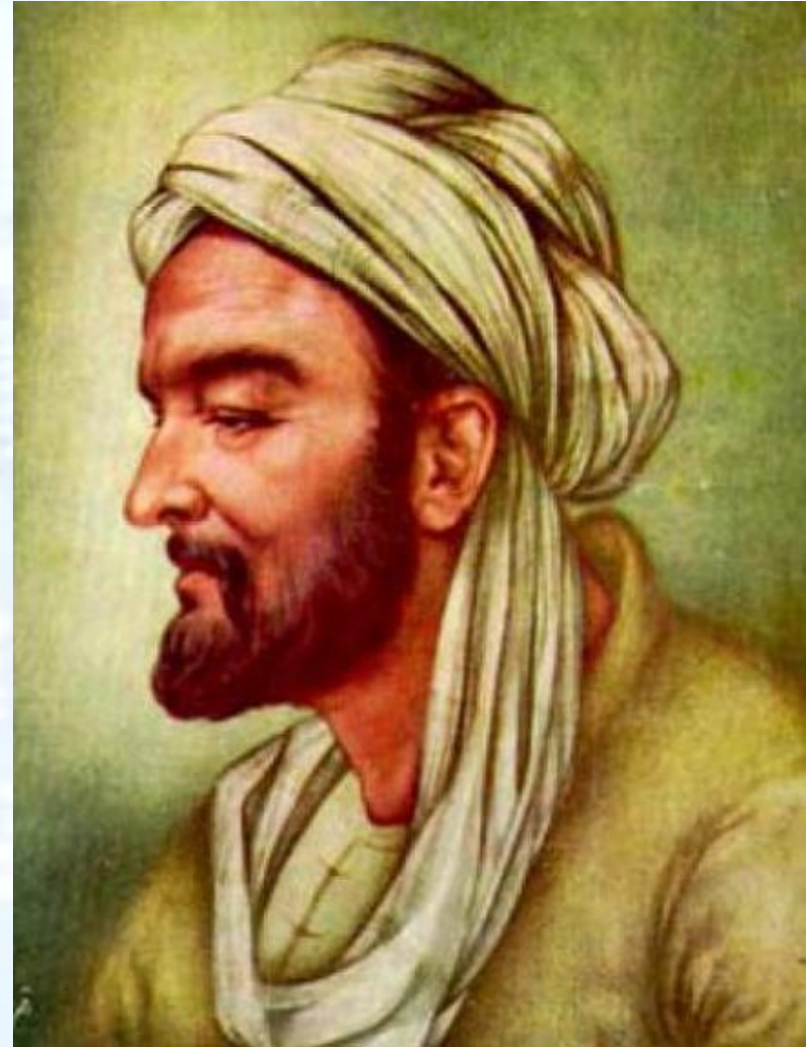
- Динамическое направление статики, восходит к аристотелевским традициям
- Теория отношений и геометрическая статика



Абу Али Хусейн ибн Абдаллах ибн Сина (980-1037)

«Книга спасения»,
«Книга знания»,
«Книга указаний и примечаний»,
«Восточная философия»,
«Книга справедливости»
«Книга исцеления».

*Поэты словом управляют смело,
Врачи – те правят, исцеляя тело.
Волнует души первых красноречье,
И преданность вторых болезни лечит.
Так пусть же удостоится вниманья
Поэма о науке врачеванья.
Теперь в стихах я изложу для вас,
Что изучил и применял не раз.*

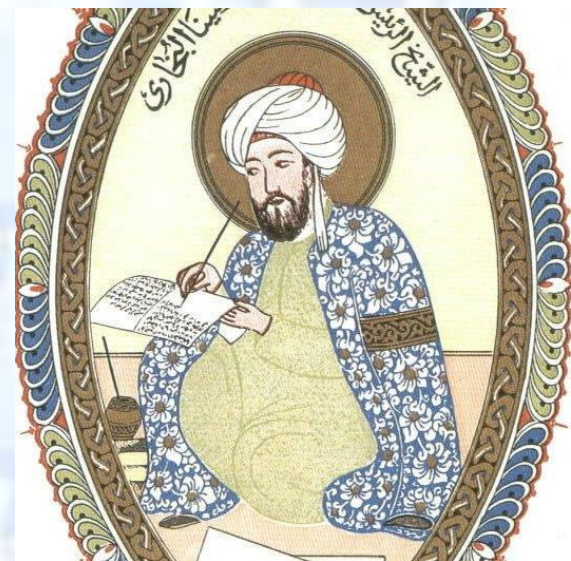




Абу Али Хусейн ибн Абдаллах ибн Сина (980-1037)

Задачи Авиценны (ибн-Сина).

191. Если число, будучи разделено на 9, дает в остатке 1 или 8, то квадрат этого числа, деленный на 9, дает в остатке 1.
192. Если число, разделенное на 9, дает в остатке 2 или 7, то квадрат его при делении на 9 дает в остатке 4.
193. Если число, деленное на 9, дает в остатке 1, 4 или 7, то куб его, деленный на 9, дает в остатке 1.
194. Если число, деленное на 9, дает в остатке 2, 5 или 8, то куб его, деленный на 9, дает в остатке 8.
195. Если число, деленное на 9, дает в остатке 3 или 6, то куб его кратен 9.



Попов Г.Н. Исторические задачи по элементарной математике. - М.-Л.: ГТТИ, 1932

Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. - М.-Л.: ГТТИ, 1938; URSS 2006: 2014

*Какая мрачная пора!
Не стало места для добра:
Кто благороден, тот убит...
А суд над ним подлец вершит!
Друзья уходят в мир иной,
С собой уносят свет земной*

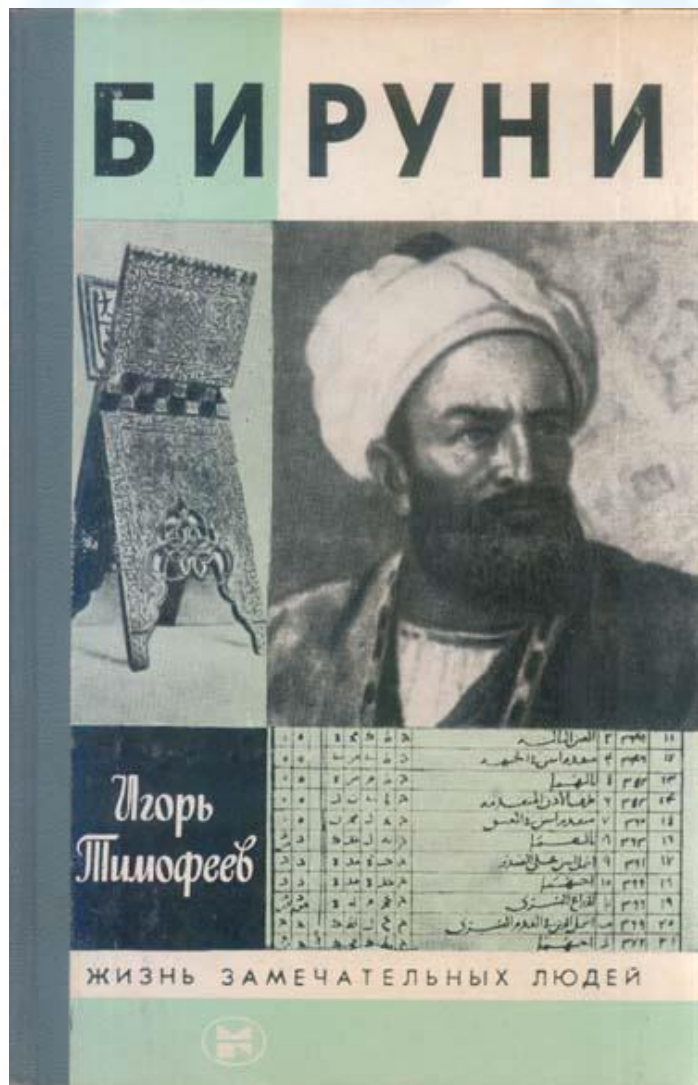


До нашего времени дошло только восемнадцать известных ответов Ибн Сины на вопросы Абу Райхана Бируни. В переписке содержатся интересные высказывания Бируни и Ибн Сины по важнейшим вопросам философии, астрономии, физики.

Ты спрашиваешь меня — храни тебя Аллах невредимым! — о вопросах, которые ты находишь достойными порицания в словах Аристотеля, в его произведении, известном (под названием) книги «О небе и вселенной»; из них я выбрал те, которые более всего тебя затруднили, и отвечаю на них. Я постарался истолковать и объяснить эти (вопросы) кратко и сжато, ибо кое-какие неожиданные занятия мешают мне подробнее остановиться на каждом из них и ответить на них так, как они того заслуживают. Кроме того, мое послание не запоздало бы до сего времени, если бы законовед Ма'суми мог (своевременно) его переписать ради тебя и включить в свое письмо к тебе. (ибн Сина)



Абу Райхан Мухаммед ибн Ахмед ал Бируни (973-1048)





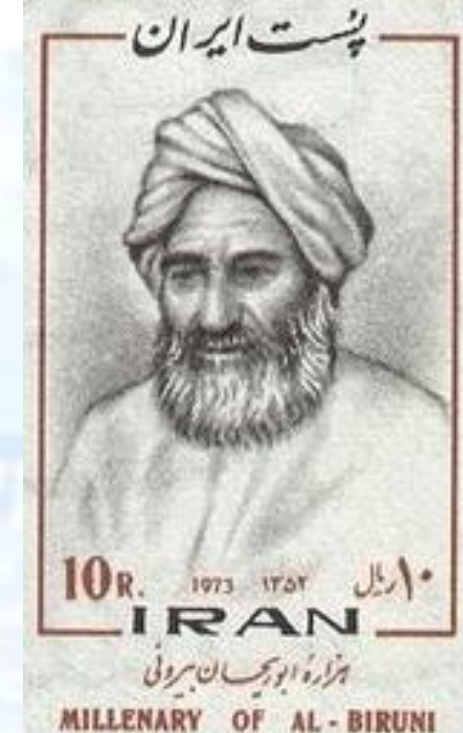
Ал Бируни Канон масуда

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 + 2 \cos \alpha},$$

$$\sin \frac{\alpha}{4} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + 2 \cos \alpha}},$$

$$\sin \frac{\alpha}{8} = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos \alpha}}},$$

...



«Об определении хорд
в круге при помощи
вписанной в него
ломаной линии»

«Сферика»

Гра- дусы	Ми- ну- ты	Синусы				«Поправки»				Разности		
		минуты	секунды	терции	кварты	минуты	секунды	терции	кварты	секунды	терции	кварты
строка дугowych чисел												
15	0	15	31	44	55	1	0	39	20	15	9	50
15	30	16	2	3	29	1	0	30	36	15	7	39
15	45	16	17	11	8	1	0	26	8	15	6	32
16	0	16	32	17	40	1	0	21	36	15	5	24
16	15	16	47	23	4	1	0	17	0	15	4	15
16	30	17	2	27	19	1	0	12	20	15	3	5
16	45	17	17	30	24	1	0	7	32	15	1	53



Ал Бируни

«Книга вразумления начаткам науки о звездах»



Классификация натуральных чисел

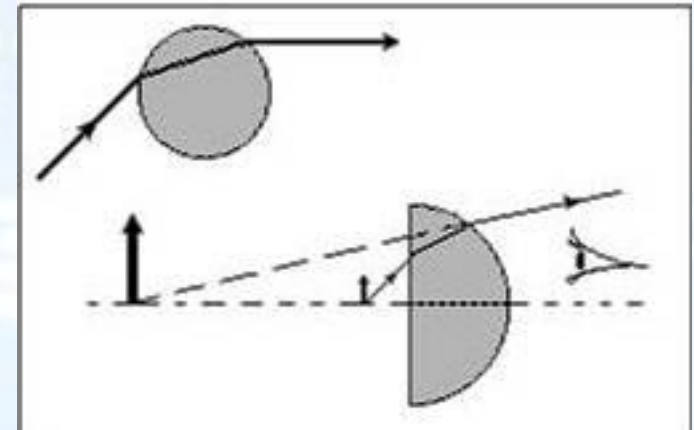
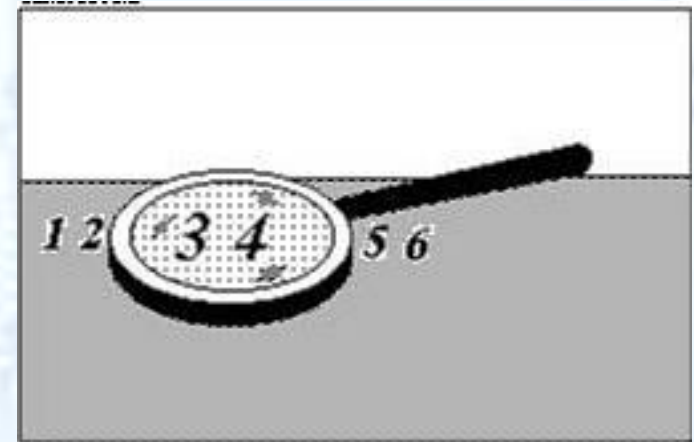
- ❖ Четные
- ❖ Нечетные
- ❖ Четно-четные (2^n , $n > 1$)
- ❖ Четно-нечетные ($2(2n+1)$)
- ❖ Четно-четно-нечетные ($2^n(2k+1)$)
- ❖ Нечетно-нечетные ($((2k+1)(2m+1))$)

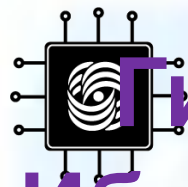
«Геометрия – это наука о величинах и количествах по отношению друг к другу, учение о свойствах их форм и фигурах, присущих телу. Она превращает науку о числах из частной в общую и переводит астрономию из области догадок и предположений на почву истины»

Абу Али Хасан ал-Хайсам ал-Басри (Альгазен) (965-1039)

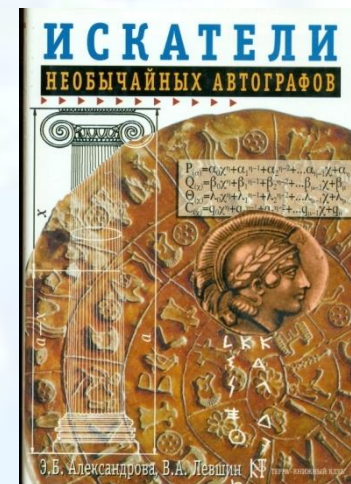
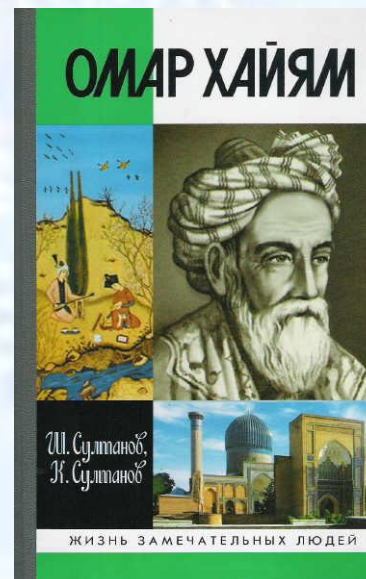
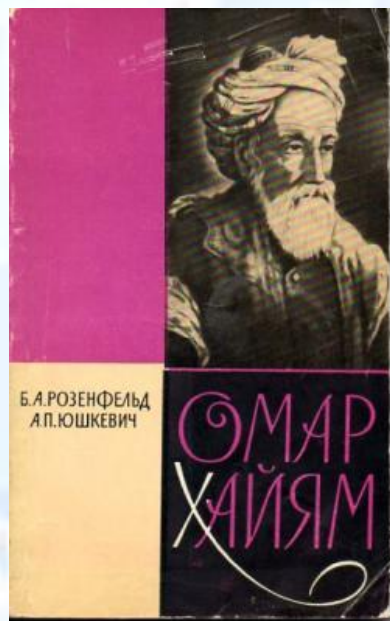
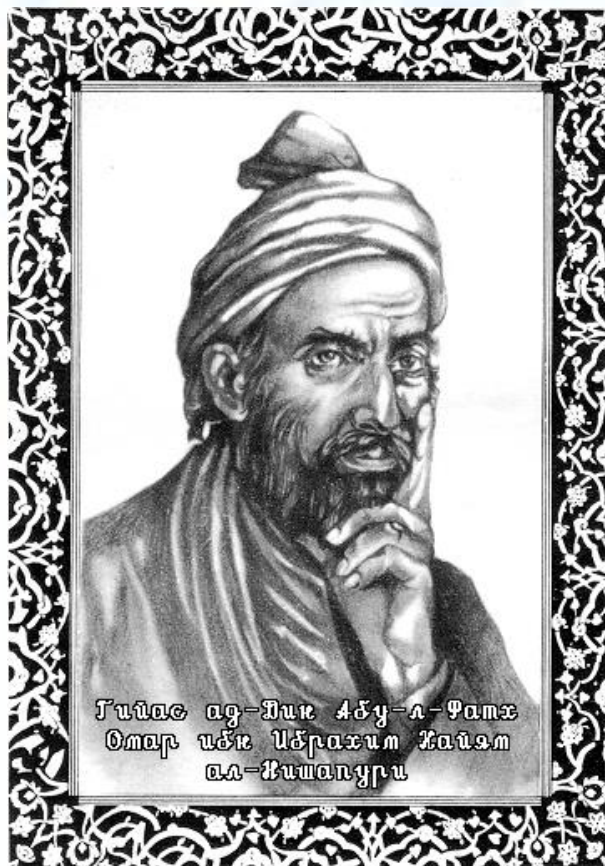


«Книга оптики»



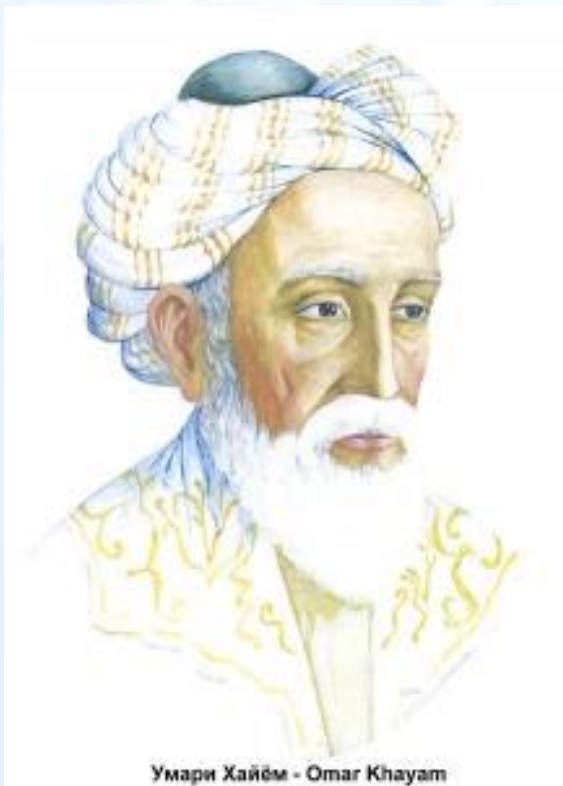


Гияс-ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)





Гияс-ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

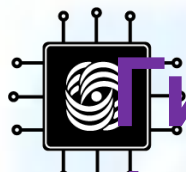


Умар Хайём - Omar Khayyam

*Пришел я в этот мир по принуждению,
Встречал недоумением каждый день я.
А ныне изгнан, так и не поняв
Исчезновенья смысл и цель рожденья.*

*Учению не один мы посвятили год,
Потом других учить пришел и нам черед.
Какие ж выводы из этой всей науки?
Из праха мы пришли, нас ветер унесет.*

*Мне мудрость не была чужда земная,
Ища разгадки тайн, не ведал сна я.
За семьдесят перевалило мне,
Что ж я узнал? Что ничего не знаю.*



Гияс-ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

ТРАКТАТ ДОСТОЧТИМОГО УЧЕНОГО
ГИЯСЭДДИНА АБУ-Л-ФАТХА ОМАРА
ИБН ИБРАГИМА ХАЙИМА ИЗ НИШАПУРА

(Да освятит Аллах его драгоценную душу!)

О ДОКАЗАТЕЛЬСТВАХ ЗАДАЧ АЛГЕБРЫ
И АЛМУКАБАЛЫ¹⁾

Во имя Аллаха всемогущего, всемилосердного!
Хвала Аллаху, господину миров, добрый конец добродетельным, никакой вражды ко всем, кроме несправедливых, и благословение всем пророкам, в особенности Мохамеду и всему его святому потомству.

Один из поучительных вопросов, необходимый в разделе философии, называемом математикой, это искусство алгебры и алмукабалы [1], имеющее своей целью определение неизвестных, как числовых, так и измеримых. В нем встречается необходимость в некоторых очень сложных видах предложений, в решении которых потерпело неудачу большинство этим занимавшихся. Что касается древних, то до нас не дошло сочинение, в котором они рассматривали бы этот вопрос: может быть они искали решение и изучали этот вопрос, но не смогли преодолеть трудностей, или их исследования не требовали рассмотрения этого вопроса, или, наконец, их труды по этому вопросу

¹⁾ Рисалат ал-хаким ал-фадил Гийас ад-дин Абй-л-Фатх 'Умар ибн Ибрахйм ал-Хаййамй ан-Нишабурй фй-л-баракхйн 'ала масаил ал-джабр ва-л-мукабала.

Я говорю, с помощью Аллаха и при его прекрасной поддержке, что искусство алгебры и алмукабалы есть научное искусство, предмет которого составляют абсолютное число и измеримые величины [6], являющиеся неизвестными, но отнесенные к какой-нибудь известной вещи, по которой их можно определить. Эта вещь есть или количество или отношение, но связанное ни с чем другим. В это ты должен глубоко вникнуть. Цель этого искусства состоит в нахождении соотношений, связывающих его предмет с вышеуказанными данными. Совершением этого искусства состоит в знании методов изучения, посредством которых можно постигнуть способ определения вышеупомянутых неизвестных, как числовых, так и геометрических.



Гияс-ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

О задачах алгебры и алмукабалы (1069)

- 1) $x^3 = qr$,
- 2) $x^3 + px^2 = r$,
- 3) $x^3 + r = qx$,
- 4) $x^3 + r = px^2$,
- 5) $x^3 + qx = r$,
- 6) $x^3 = px^2 + r$,
- 7) $x^3 = qx + r$,
- 8) $x^3 = px^2 + qx + r$,
- 9) $x^3 + qx + r = px^2$,
- 10) $x^3 + px^2 + r = qx$,
- 11) $x^3 + px^2 + qx = r$,
- 12) $x^3 + px^2 = qx + r$,
- 13) $x^3 + qx = px^2 + r$,
- 14) $x^3 + r = px^2 + qx$.

Сложные уравнения бывают трехчленные и четырехчленные. Видов трехчленных уравнений двенадцать, три первые из которых суть:

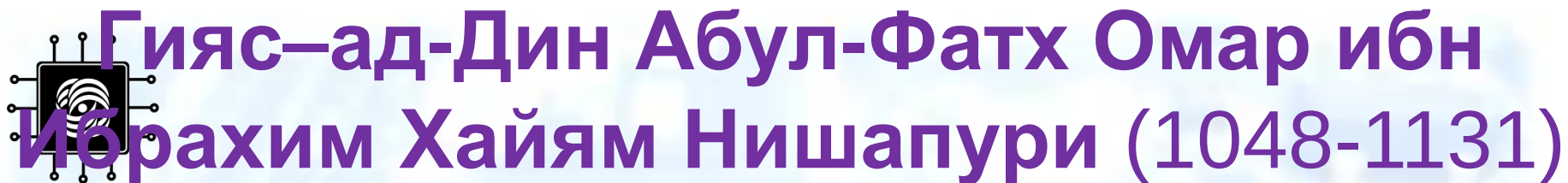
1. Квадрат и корни равны числу,
2. Квадрат и число равны корням,
3. Корни и число равны квадрату [12].

Эти три вида упоминаются в сочинениях алгебраистов и доказываются там геометрическим, а не числовым способом.

Вторые три вида суть:

1. Куб и квадраты равны корням,
2. Куб и корни равны квадратам,
3. Корни и квадраты равны кубу [13].

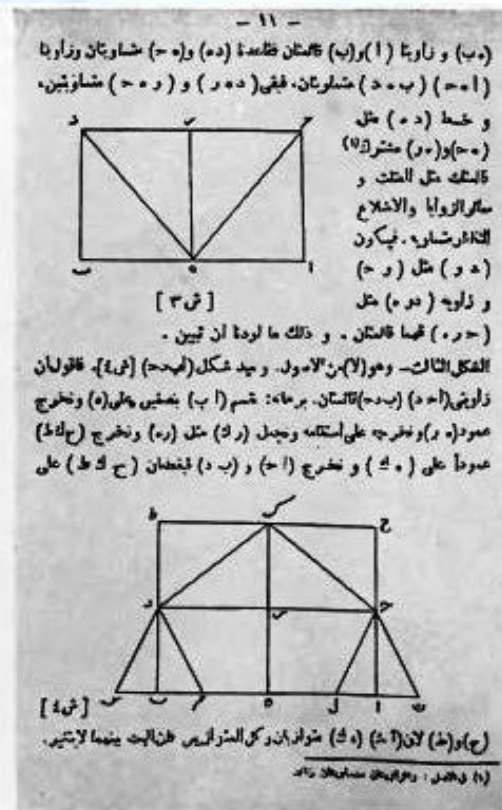
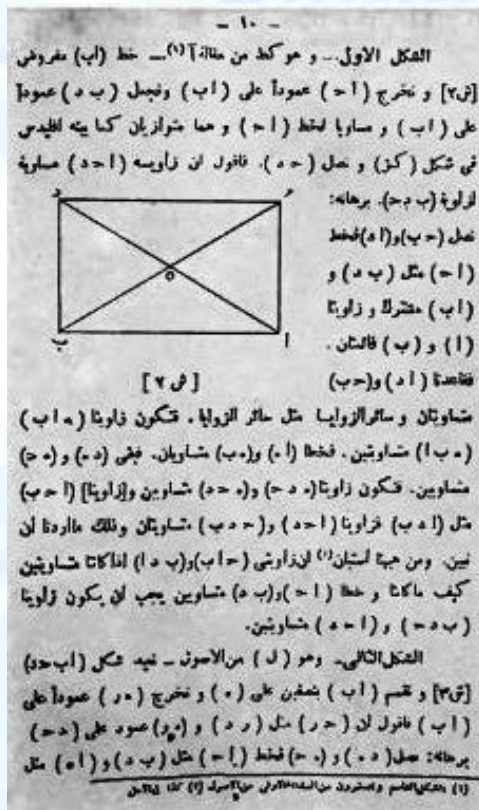
Алгебраисты говорят, что три вторые вида пропорциональны трем первым, каждый—своему соответственному, т. е. уравнение: куб и корни равны квадратам—равносильно уравнению: квадрат и число равны корням [14] и также по отношению к двум другим. Но они не доказали этого, когда предметы задач суть измеримые количества.



«Комментарии к трудностям во введениях книги Евклида» (1077)

ОСНОВА – ПРИНЦИПЫ АРИСТОТЕЛЯ

- Величины можно делить до бесконечности
- Прямую линию можно продолжать до бесконечности
- Всякие две пересекающиеся прямые линии раскрываются и расходятся по мере удаления от вершины угла пересечения
- Две сходящиеся линии пересекаются, и невозможно, чтобы две сходящиеся прямые линии расходились в направлении схождения
- Из двух нервных ограниченных величин меньшую можно взять с такой кратностью, что она превзойдет большую





Гияс-ад-Дин Абул-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури (1048-1131)

- Алгебра как наука о решении уравнений
- Геометрические построения корней
- Арифметические идеи, связанные с биномом
- Теория параллельных прямых, полемика с Ал-Хайсамом, неприемлемость введения движения
- Развитие теории отношений, стирание грани между числами и иррациональными величинами
- Календарная реформа



Насир ад-дин Абу Джафар Мухаммед ибн Мухаммед ат Туси (1201-1274)



«Сборник по арифметике с помощью доски и пыли»

$$\sqrt[n]{a^n + r} \approx a \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$$

$$\sqrt[6]{244140626} \approx 25 \frac{1}{26^6 - 25^6} = 25 \frac{1}{64775151}$$

$$(a+b)^n - a^n = \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + b^n$$

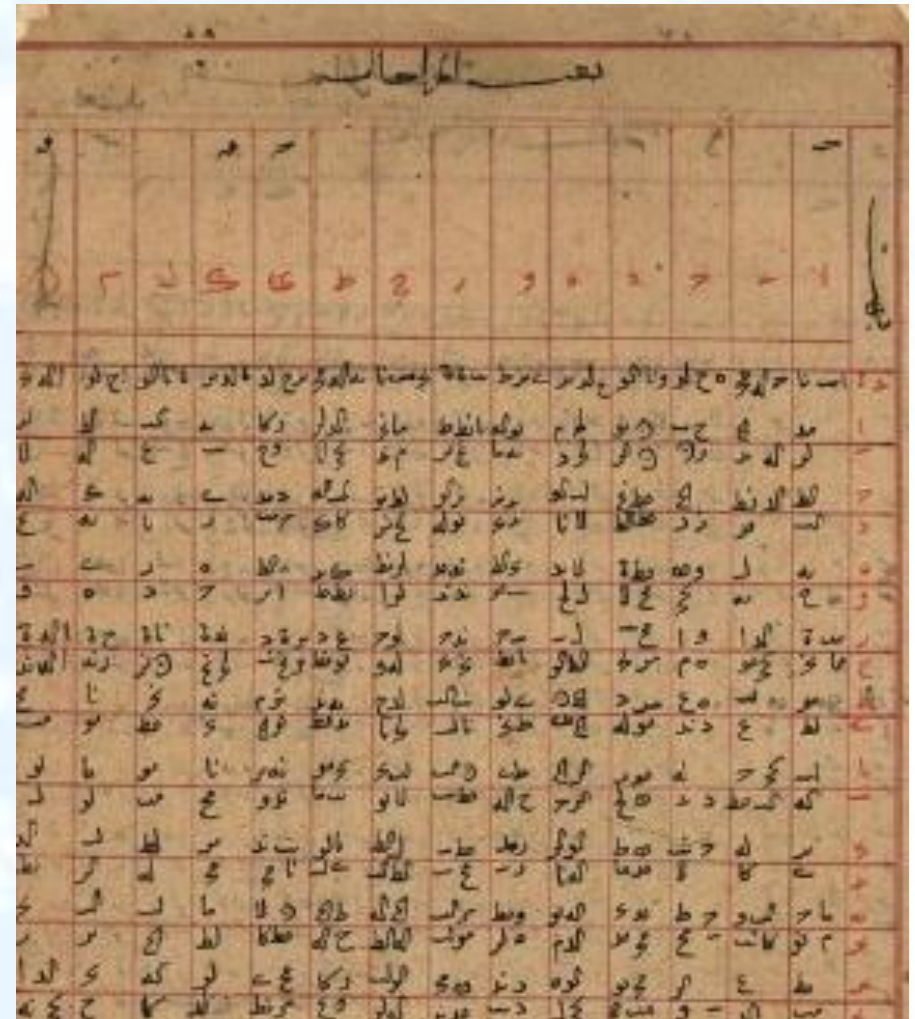
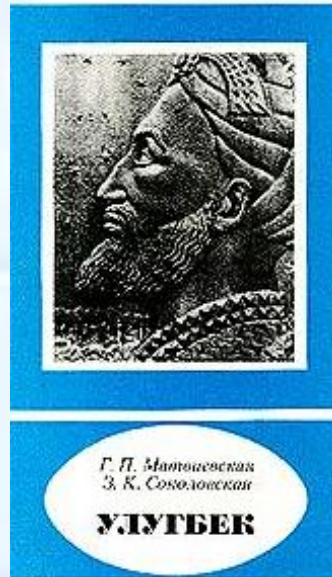
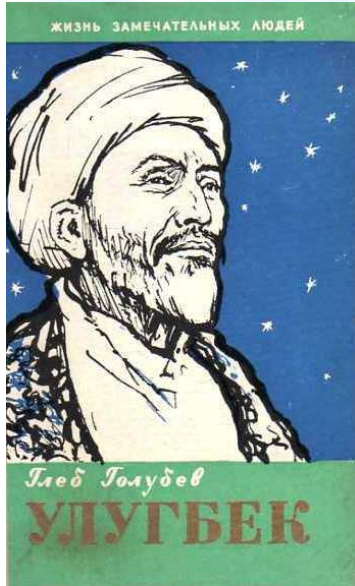
$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m}$$

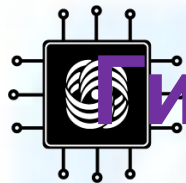


«Трактат о полном четырехстороннике»
(тригонометрия)

**«Трактат, исцеляющий сомнение по поводу параллельных
линий» + две редакции «Изложения Евклида»**
(теория параллельных прямых)

Мирза Мухаммад ибн Шахрух ибн Тимур Улугбек Гураган (1394-1449)





Тийас ад-Дин Джамшид ибн Масуд ал-Каши



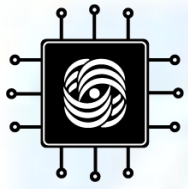
Рис. 59. Извлечение корня пятой степени из числа 44240899506197. Из «Ключа арифметики» ал-Каши (лейденская рукопись 1554 г.).

«Ключ арифметики» (1427)

Об арифметике целых
Об арифметике дробей
Об исчислении астрономов
Об измерении
О нахождении неизвестной

«Трактат об окружности» (1424)

$\pi = 3,14159265358979325$



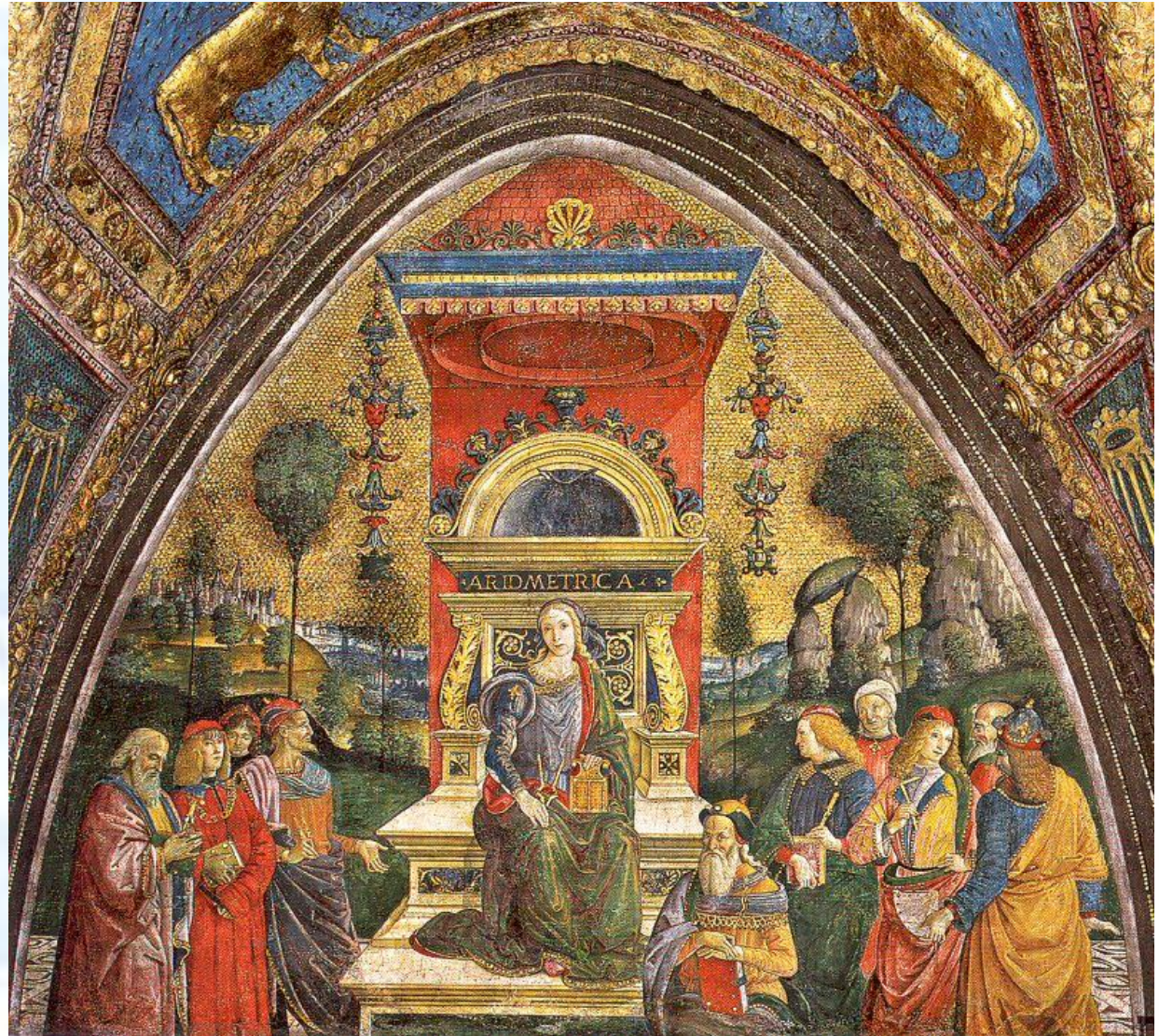
Раннее европейское

ТРИВИУМ:

грамматика,
риторика,
диалектика
(логика)

КВАДРИВИУМ:

арифметика,
геометрия,
астрономия,
музыка



Пинтуриккио (1454-1513)

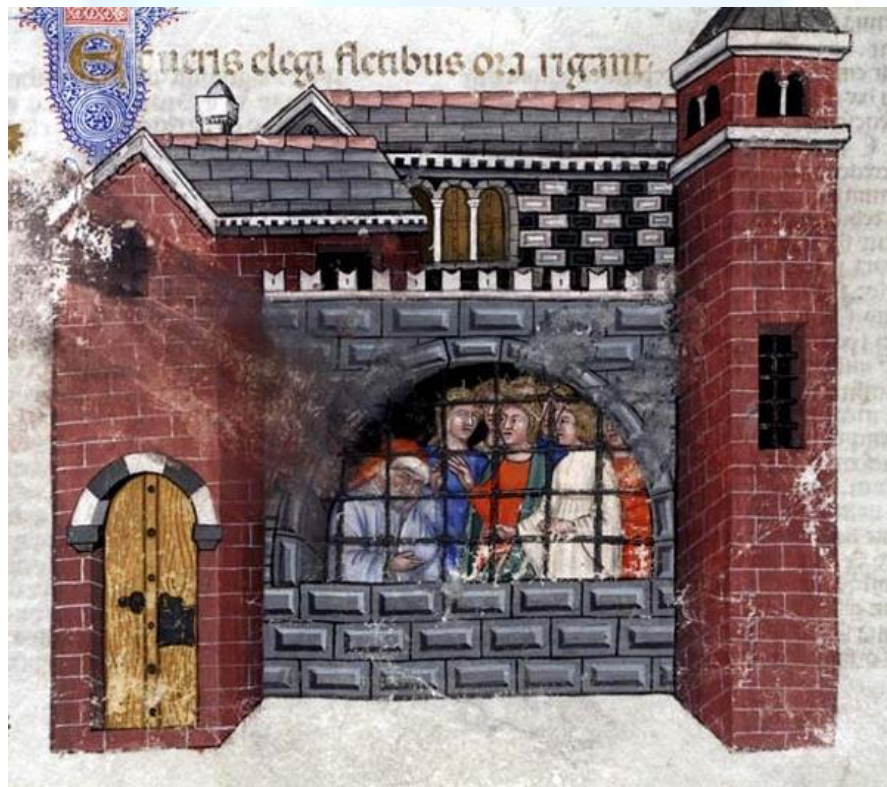


Боэций (ок. 475 – 525)



«Множества, которые сами по себе являются завершенными, познает арифметика» те, что соотнесены с другими, изучают музыканты посредством соразмерности модулирования; геометрия же сулит знание о неподвижных величинах; понятие о подвижных дается постижением астрономической науки» (Боэций)

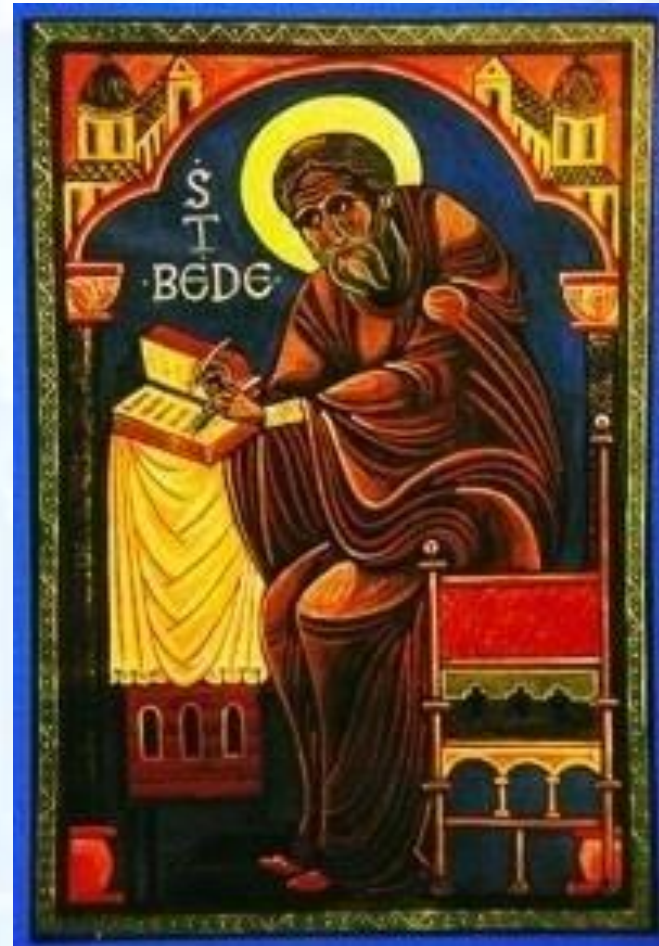


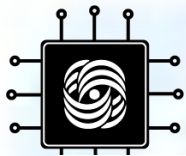


«Наставления к арифметике»
«Наставления к музыке»



Беда Достопочтенный (ок.673 – 735)





Алкуин (735 – 804)



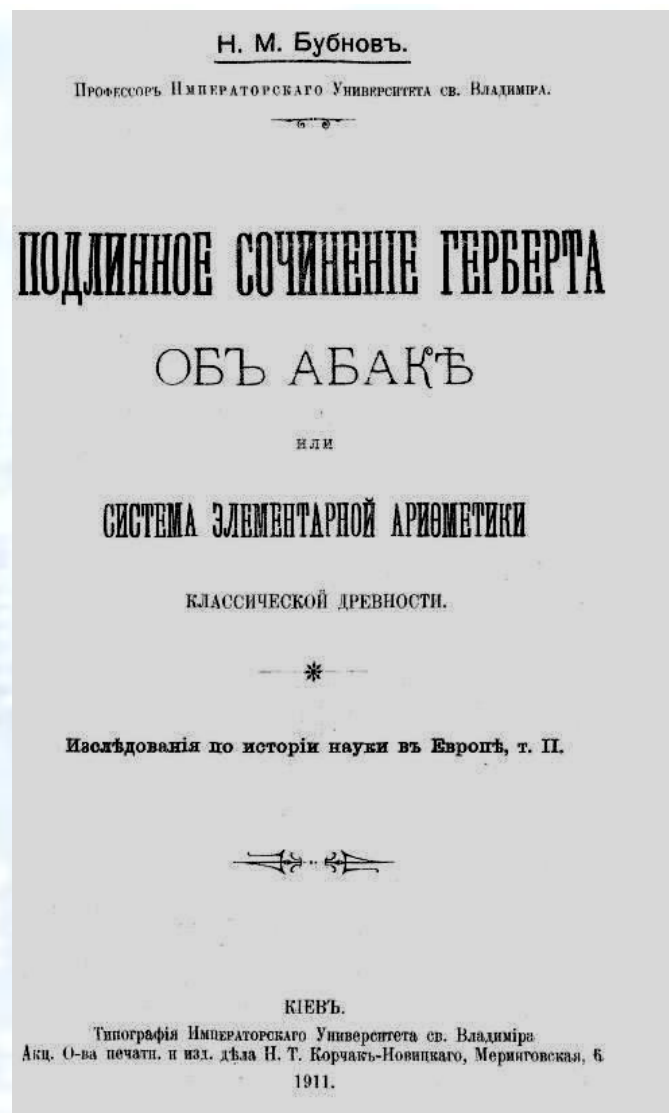
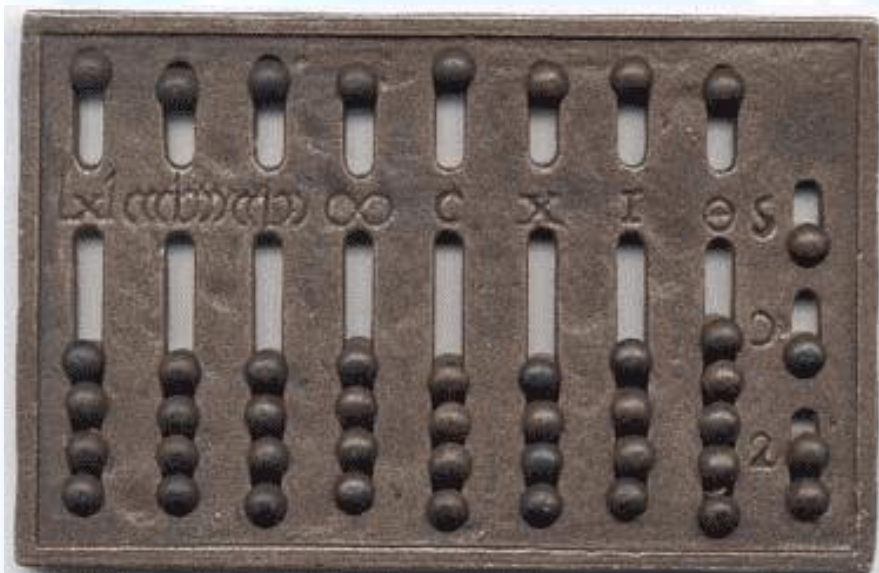
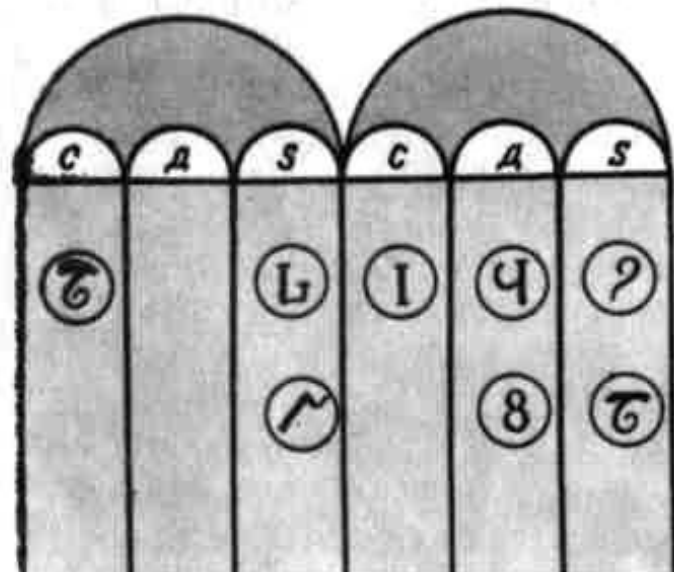
«Один человек должен был перевезти через реку волка, козу и кочан капусты. И не удалось ему найти другого судна, кроме как такого, которое могло выдержать только двоих из них. Задача, таким образом, заключалась в том, как всех перевезти на другой берег целыми и невредимыми. Скажите, кто способен: каким путем они могут перебраться на другой берег невредимыми»



Герберт (ок.940 – 1003)



«В государственной библиотеке обнаружены подлинные рукописи чернокнижника **Герберта Аврилакского**, десятого века. Так вот требуется, чтобы я их разобрал» (с) Воланд



Бубнов Н.М. Подлинное сочинение Герберта об абакe. Филологический этюд в области истории математики. Киев: Ун-тет св. Владимира, 1911.⁶⁹



Леонардо Пизанский (Фибоначчи)

1180-1240

Отец мой, родом из Пизы, служил синдиком на таможене в Бужу, в Африке, куда он меня взял с собою для изучения искусства считать. Удивительное искусство считать при помощи только девяти индусских знаков мне так понравилось, что я непременно захотел познакомиться с тем, что известно об этом искусстве в Египте, Греции, Сирии, Сицилии и Провансе. Объехав все эти страны, я убедился, что индусская система счисления есть самая совершенная... Изучив основательно эту систему и все к ней относящееся, прибавив свои собственные исследования и почерпнутое из «Начал» Евклида, я решился написать это сочинение.





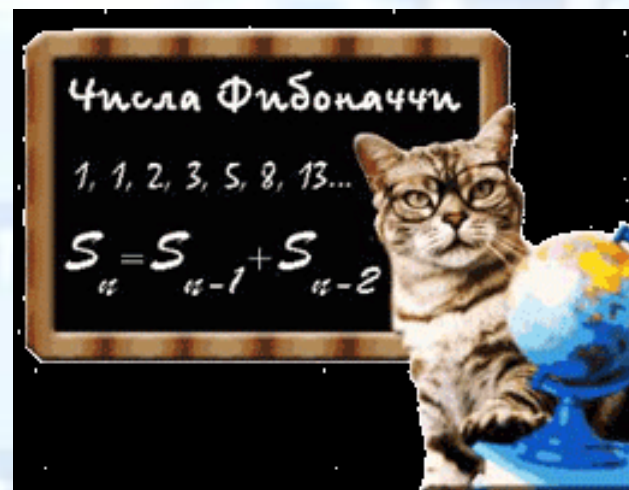
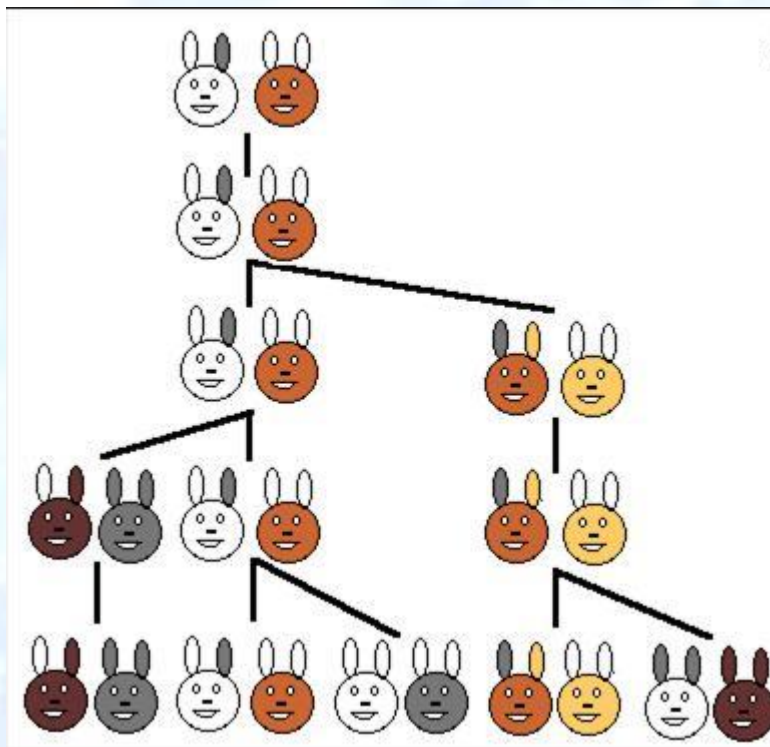
«Книга абака» (1202)

- индусская система нумерации;
- правила действий над целыми числами;
- дроби и смешанные числа;
- разложение чисел на простые множители;
- признаки делимости;
- учение об иррациональных величинах;
- способы приближенного вычисления квадратных и кубических корней;
- свойства пропорции;
- арифметическая и геометрическая прогрессии;
- линейные уравнения и их системы;
- Квадратные уравнения и геометрические задачи на применение теоремы Пифагора

- ❖ сформулировал правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии;
- ❖ рассмотрел возвратную последовательность, в которой каждое число, начиная с третьего, равно сумме двух предшествующих ему чисел;
- ❖ ввел термин «частное» для обозначения результата деления;
- ❖ описал способ приведения дробей к общему знаменателю с помощью нахождения наименьшего общего кратного знаменателей (более рациональный, чем использовали арабские математики).

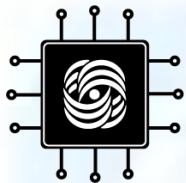


Леонардо Пизанский (Фибоначчи)

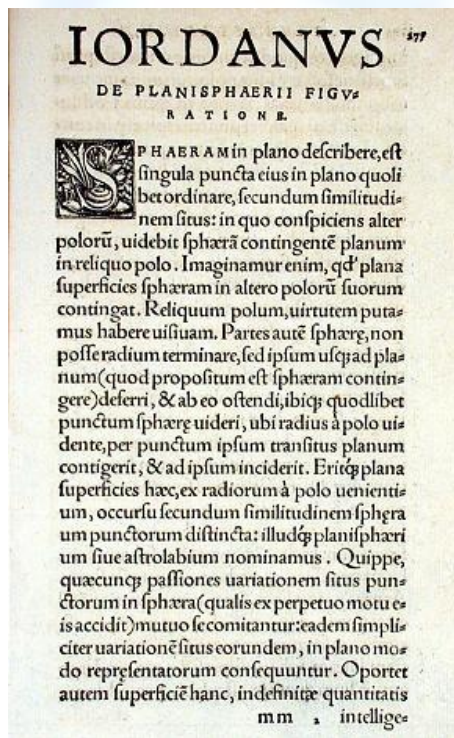


$$U_{n+1} = U_n + U_{n-1}$$

$$1+1+ 2+3+5+8+13+21+34+55+89+144=376$$



Иордан Неморарий (XIII в.)

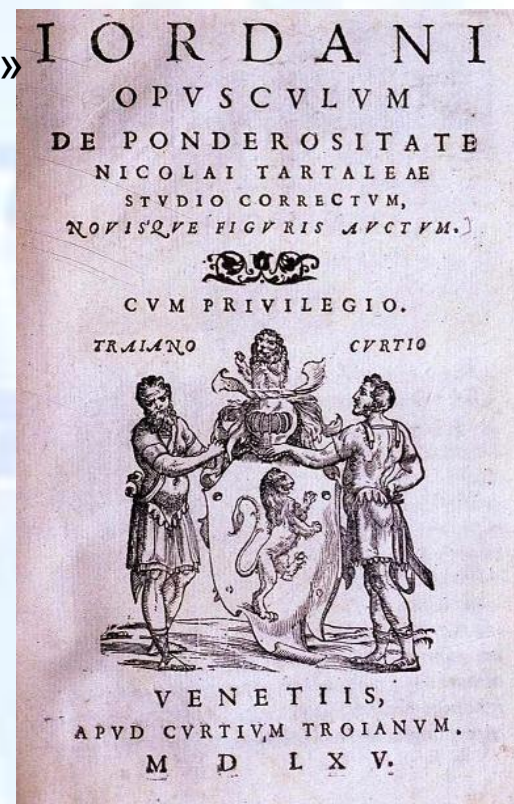


«Арифметика, изложенная в 10 книгах»
(Arithmetica decem libris demonstrata)

«О данных числах» (*De numeris datis*)

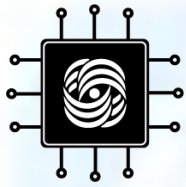
«О треугольниках» (*De triangulis*).

$$\sum_r \binom{n}{r} = 2^n \text{ and } \sum_r \binom{n}{r} 2^r = 3^n$$



Неморарий Иордан. О данных числах. Пер. и комм. С. Н. Шрейдера // ИМИ, 1959. Т.12, с. 559—688.

Folkerts M., Lorch R. The Arabic Sources of Jordanus de Nemore –электронная версия <http://muslimheritage.com/topics/default.cfm?ArticleID=710>



Университеты

Оксфорд и Париж – 1167

Кэмбридж – 1209

Саламанка – 1218

Неаполь – 1224

Прага – 1348

Краков – 1364

Вена – 1367

Хайдельберг – 1385





Золотой век схоластики



Оксфордская школа



Роберт Гроссетест (1175-1253),
Канцлер Оксфордского университета,
Епископ Линкольнского собора

«О свете или о начале форм» -
концепция «метафизики света»
«О сфере» - изложение элементарных
математических основ астрономии
«О линиях, углах и фигурах»
«О радуге»
«О наступлении и отступлении моря»



Роджер Бэкон (1214-1294)

- ❖ Призывал к опытному изучению природы, к разработке оптики, механики, астрономии.
- ❖ Цель всех наук - увеличение власти человека над природой.
- ❖ Задумывал обширную энциклопедию наук.

Томас Брадвардин (ок.1290-1349)



Arithmetica speculativa

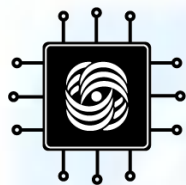
«О теоретической геометрии»

«Трактат о континууме»

«О пропорциях»



Зубов В.П. Трактат Брадвардина "О континууме" // ИМИ, 1960. № 13. С. 385–440.



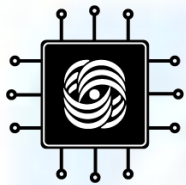
Ричард Суайнсхед (1265-1308)



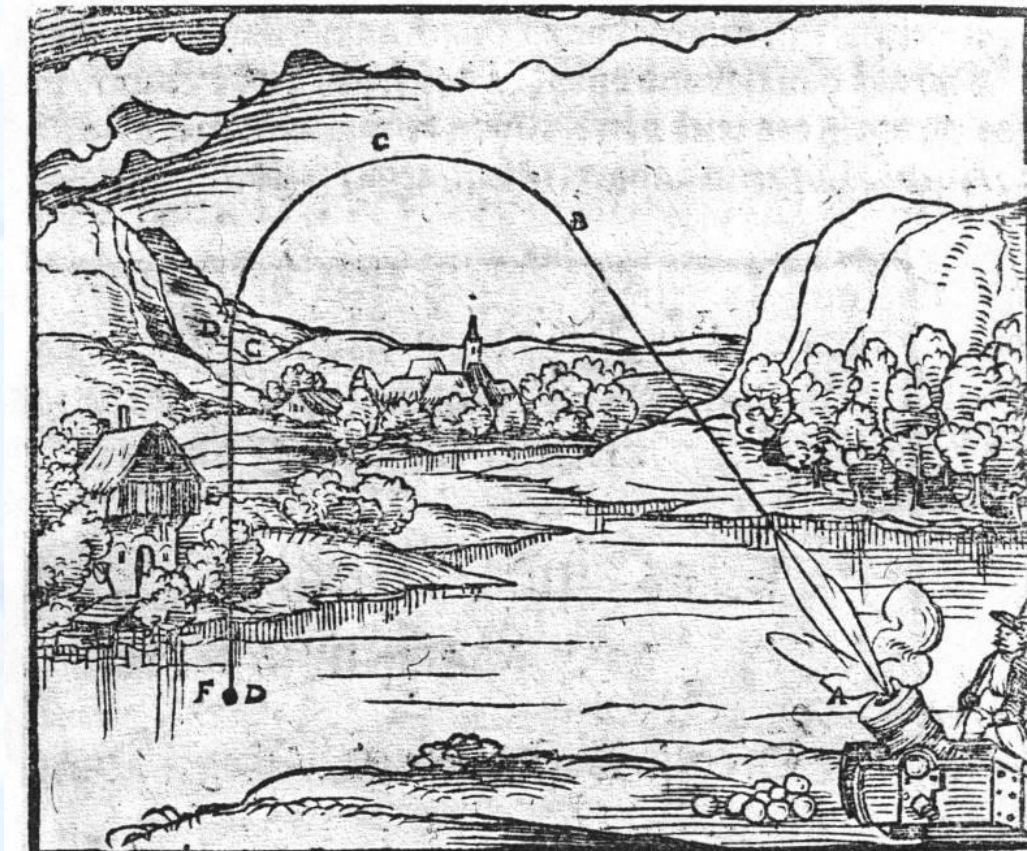
«Книга вычислений»
(*Liber calculationum*)
Около 1350

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \frac{5}{2^5} + \dots = 2.$$

Широков В. С. О «Книге вычислений» Ричарда Суисета // *Историко-математические исследования*, 21, 1976, с. 129–142.



Французская школа



Жан Буридан (ок.1300-1358)



Французская школа

Николя Орем
(ок. 1323-1382)



«Книга о небе и мире»

«Вычисление пропорций»

Схема деления октавы на 12
равных тонов — равномерно
темперированная
музыкальная шкала

Николай Орем
О КОНФИГУРАЦИИ
КАЧЕСТВ



«О происхождении, сущности и
обращении денег»

Николай Шюке



(около 1445-1488)

«Наука о числах» (Triparty en la science des nombres, 1484)

predre q' item son doit faire que dng million vault
mille milliers de dng. et dng byllion vault mille
milliers de millions. et byllion vault mille milliers
de byllions. et dng quadrillion vault mille milliers de
trillions et ainsi des autres. Et de ce en est pose dng
exemple nombre dng et pnnitoye ainsi que devant est
dit. tout lequel nombre monte 744324. trillions.
504300. byllions. 700023. millions. 64471.
Exemple. 744324 504300 700023 64471.
Addition.

$$12x^0 \cdot 12x^0 = 144x^{0+0} = 144x^0.$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

Токарева Т.А. Алгебра Шюке. – 1978.
№ 23. С. 270–283

первый канон

$$ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a},$$

$$ax^{n+1} = bx^n \Rightarrow x = \frac{b}{a},$$

$$ax^{n+k} = bx^n \Rightarrow x = \sqrt[k]{\frac{b}{a}};$$

второй канон

$$ax^2 = bx + c \Rightarrow x = \frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}},$$

$$ax^k = bx^{k-1} + cx^{k-2} \Rightarrow x = \frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}},$$

$$ax^{2m+k} = bx^{m+k} + cx^k \Rightarrow x = \sqrt[m]{\frac{b}{2a} + \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}}};$$

третий канон

$$ax^2 + bx = c \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a},$$

$$ax^k + bx^{k-1} = cx^{k-2} \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a},$$

$$ax^{2m+k} + bx^{m+k} = cx^k \Rightarrow x = \sqrt[m]{\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a}};$$

четвертый канон

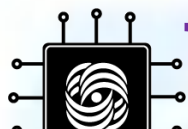
$$ax^2 + c = bx \Rightarrow x_{1,2} = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}},$$

$$ax^k + cx^{k-2} = bx^{k-1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}},$$

$$ax^{2m+k} + cx^k = bx^{m+k} \Rightarrow x_{1,2} = \sqrt[m]{\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}},$$

1, 2, 3, ..., n

$a, a^2, a^3, \dots, a^n$



Лука Пачоли (около 1445-около 1515)



Соколов Я. Лука Пачоли: человек и мыслитель. М., 1994.



"Сумма арифметики, геометрии, учения о пропорциях и отношениях" (1494)

Regula della cossa

x — cosa (cosa — вещь)

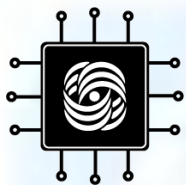
x^2 — ce (censo — квадрат)

x^3 — cu (cubo),

x^4 — ce. ce. (censo de censo),

x^5 — p^or^o (primo relato — «первое relato»,

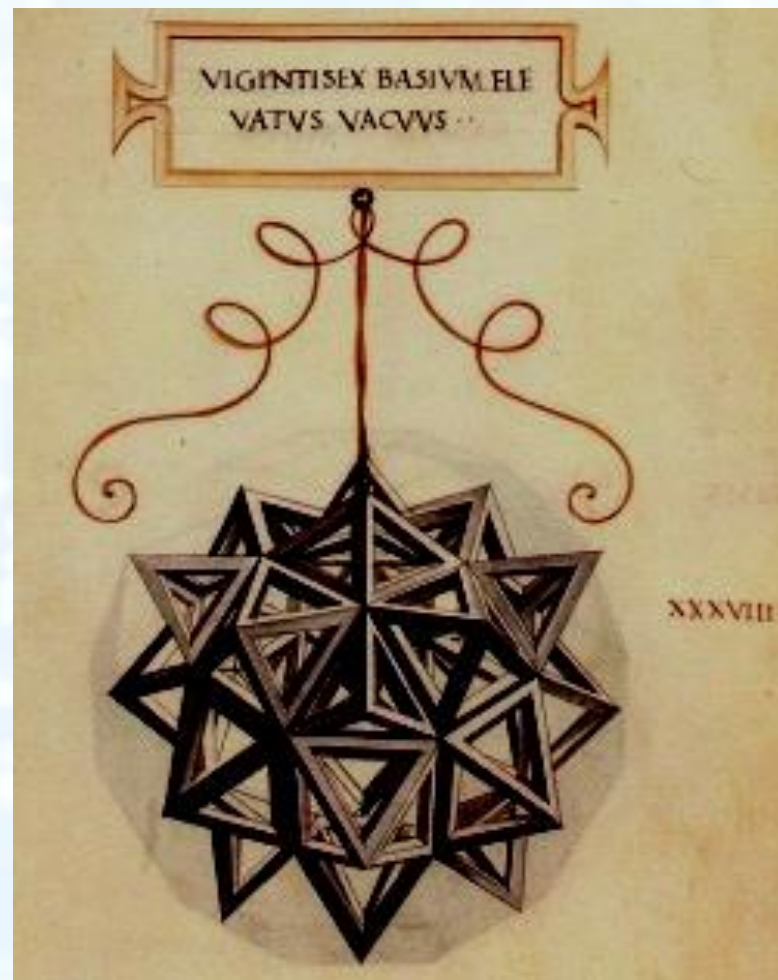


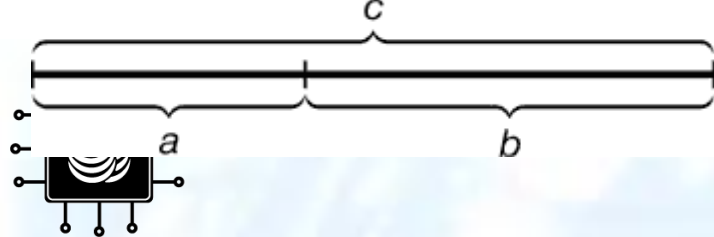


Лука Пачоли (около 1445-около 1515)

«О божественной пропорции» (1508)

Книга посвящена зодчеству, пяти правильным многогранникам и пропорциям человеческого тела





Развитие алгебры

Золотое сечение

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему

$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1,6180339887...$$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

$$\varphi^2 = \varphi + 1 \quad \varphi \cdot (\varphi - 1) = 1$$

$$\varphi = \frac{1}{\varphi} + 1$$

$$\varphi = 2 \cdot \cos \frac{\pi}{5}$$

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

$$\varphi = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$$



Коссисты



Адам Ризе
(1492 – 1559)

- переход от конкретного мышления к абстрактному,
- переход от простого к сложному и
- необходимость для прочного усвоения изучаемого предмета возможно частого его повторения.

Кристоф Рудольф (около 1500 – 1545) - «Быстрый и красивый счет при помощи искусных правил алгебры, обычно называемых Косс»

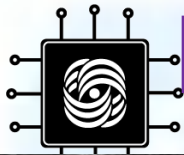
Учение о геом. прогрессиях, осн. алгебр. операции, действия над двучленами и иррациональными величинами

4 + 5 Wilt du das wyss
4 — 17 sen oder desigley
3 + 30 den / So sumier
4 — 19 die zentner vnd
3 + 44 lb vnd was auß
3 + 22 — ist / das ist mi
zentner 3 — 1 1 lb nus dz seg beson
3 + 50 der vnd werden
4 — 16 45 39 lb (So
3 + 44 du die zentner
3 + 29 zu lb gemacht
3 — 1 2 hast vnd das /
3 + 9 + das ist meer
darzu Addierest vnd 75 minus. Nun
solt du für holt abschlahen allweg für
ein legel 24 lb. Vnd das ist 13 mal 24.
vnd macht 312 lb darzu addier das —
das ist 75 lb vnd werden 387. Dye suß
erzieh von 4539. Vnd bleyben 4152
lb. Nun sprich 100 lb das ist ein zentner
pro 4 ft 1/2 wie kummen 4152 lb vnd kumme
171 fl 58 4 heller 2 Vn ist reche gemacht

Wesffer

28

Ян Видман (1460 - 1-я половина XVI в.)



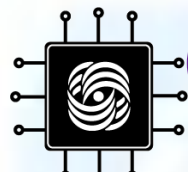
Михаэль Штифель (1487 – 1567)



-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
1/16	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32	64	128

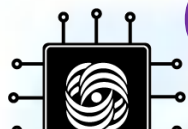
1000900360084012601260084003600090001
100080028005600700056002800080001
10007002100350035002100070001
1000600150020001500060001
100050010001000050001
10004000600040001
1000300030001
100020001
10001

умножению	чисел геометрической прогрессии отвечает в арифмети- ческой прогрессии	сложение
делению		вычитание
возвышению в сте- пень k		умножение на k
извлечению корня степени k		деление на k

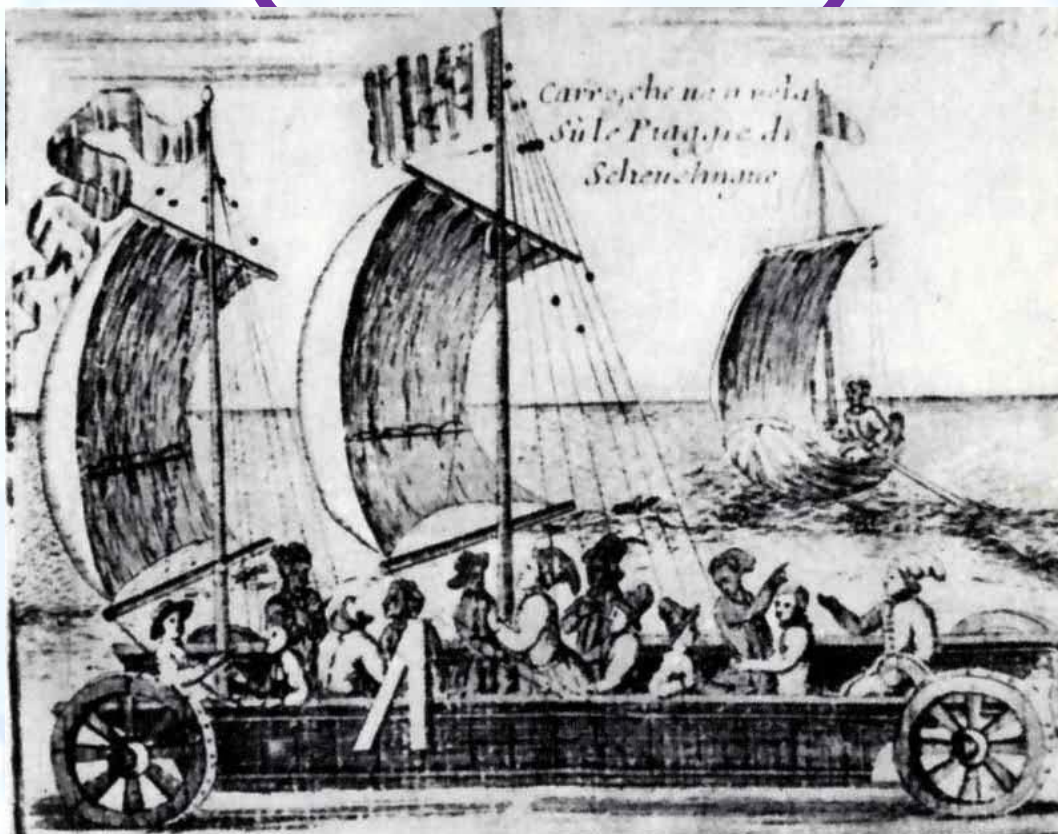


Симон Стевин (1548-1620)





Симон Стевин (1548-1620)



DE THIENDE

Leerende door ongheloofde lichticheyt
allen rekeningen onder den Menschen
noodich vallende, afveerdighen door
heele ghetalen sonder ghebrokenen.

Bescreven door SIMON STEVIN
van Brugge.



TOT LEYDEN,
By Christoffel Plantijn
M. D. LXXXV

LES ŒUVRES Mathematiques

DE
SIMON STEVIN de Bruges.
Ou font inferées les
MEMOIRES MATHÉMATIQUES.

Esquelles est exercé le Tres-haut & Tres-illustre Prince MADRICE
de Nassau, Prince d'Autrange, Gouverneur des Provinces des
Pais-bas unis, General par Mer & par Terre, &c.

Le tout revu, corrigé, & augmenté
Par ALBERT GIRARD Samodur Mathématicien.



A LEYDE
Chez Bonaventure & Abraham Elzevier, Imprimeurs ordinaires
de l'Université. ANNO dlo 1632.

14 382

14/382

14 382

14 ③ 3 ① 8 ② 2 ③

14 382 ③

14,382

14^o382

14.382

14. ^o ^I ^{II} ^{III}
3. 8. 2

14 3 ⁽¹⁾ 8 ⁽²⁾ 2 ⁽³⁾

14 | 382

14 (382

1579г. Франсуа Виет

1585г. Симон Стевин

1592г. Джованни Маджини

1592г. Иост Бюрги

1593г. Кристофер Клавий

1603г. Иоганн Бейер

1608г. Роберт Нортон

1608г. Бартоломей Питиск

1616г. Иоганн Кеплер

14. 382

14,382

14 382

14 382

14382 ③

14|382

14382'''

14:382

14 382 iij

14 | 382

14,382

1617г. Джой Непер

1624г. Генри Бриггс

1626г. Иезекиил де Деккер

1631г. Уильям Отред

1634г. Пьер Эригон

1636г. Джеймс Юм

1651г. Роберт Джагер

1661г. Георг Беклер

CONSTRUCTION.

Soit le premier nombre requis.

Ergo le second nombre (puis qu'il faut que
le double du produit du premier & se-
cond soit $\sqrt{48}$) sera

Le carré du premier nombre est

Le carré du second nombre est

La somme des quarrés

Egale à

Lesquels termes reduicts, 1 ④ sera egale à 7 ③ — 12.

Et par le 78 probleme 1 ① vaudra 2.

Je di, que 2 & $\sqrt{3}$ sont les deux nombres requis. De-
monstration. Le produit de 2 & $\sqrt{3}$, est $\sqrt{12}$, son double
 $\sqrt{48}$; Item la somme des quarrés de 2 & $\sqrt{3}$, est 7, selon
le requis; ce qu'il falloit demonstrier.

NOTA. L'on pourroit encore faire ceste constru-
ction ainsi:

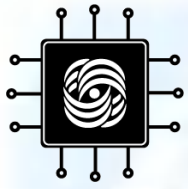
Soit le premier nombre requis

Son carré pour le premier carré

Ergo le second carré (puis qu'avec le pre-

$$\begin{array}{r|l} 1 \textcircled{1} & 2 \\ \hline \frac{2 \textcircled{1} 2}{1 \textcircled{1} 2} & \sqrt{3} \\ 1 \textcircled{2} & 4 \\ \frac{1 \textcircled{2}}{1 \textcircled{1} 2} & 3 \\ \frac{2 \textcircled{1} 2 + 1 \textcircled{2}}{1 \textcircled{1} 2} & 7 \end{array}$$

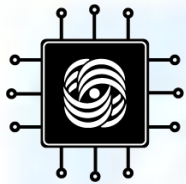
$$\begin{array}{r|l} 1 \textcircled{1} & 2 \\ 1 \textcircled{2} & 4 \end{array}$$



Франсуа Виет (1540-1603)

François Viète





Франсуа Виет (1540-1503)

«Введение в искусство анализа»

❖ видовая логистика (общая алгебра)

❖ числовая логистика

A cubus minus Z quadrato ter in A aequatur Z cubo

$$x^3 - 3z^2x = z^3$$

$$2 \sin \frac{360^0 n + 12^0}{45}$$

$$45x - 3795x^3 + 05634x^3 - \dots + 12300x^{39} + 945x^{41} - 45x^{43} + x^{45} = \sqrt{1\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{5}{6} - \sqrt{1\frac{7}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}}}}$$





«История великой контраверзы»

$$x^3 + b = ax$$

Сципион дель Ферро
(1456-1526)



$$x^3 + ax = b$$

Антонио Мария Фиоре

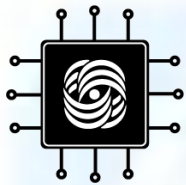


Николо Тарталья
(1500-1557)

Джероламо Кардано
(1501-1576).

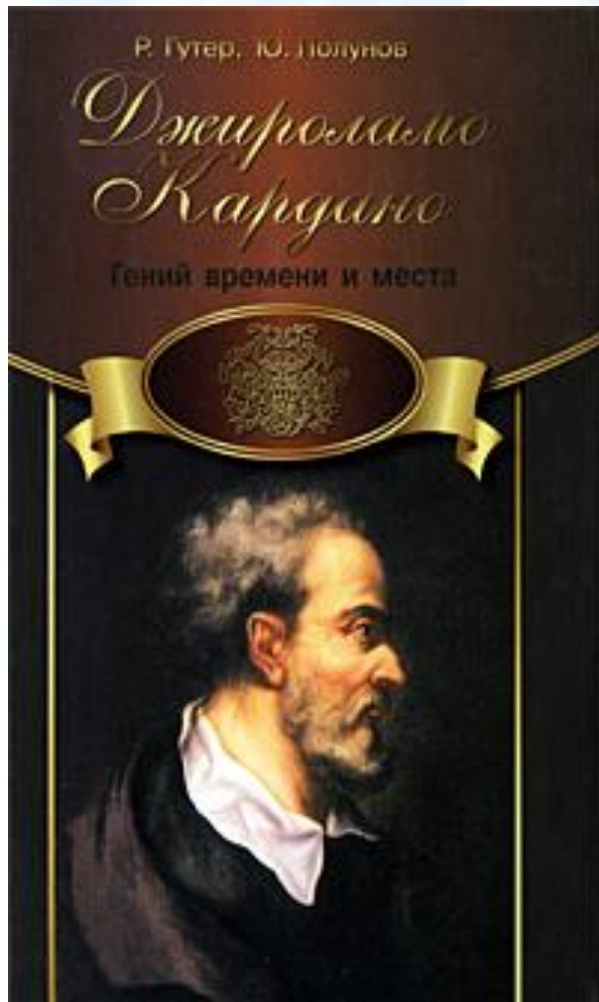


Лудовико (Лодовико, Луиджи) Феррари (1522-1565)

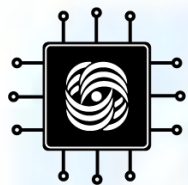


«История великой контраверзы»

дель Ферро, 1515 $x^3 + ax = b, a > 0, b > 0$

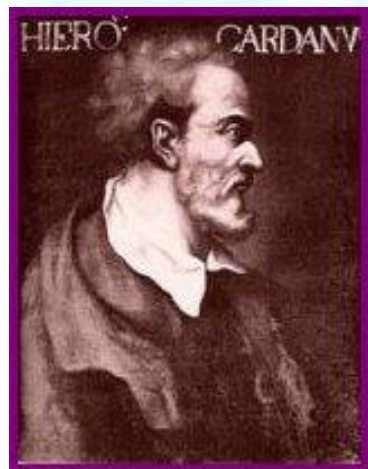


1535, поединок Фиоре и Тартальи $x^3 = ax + b, a > 0, b \geq 0$



«История великой контраверзы»

1539 , Тарталья
сообщает
решение
Кардано



Кардано,
«Великое искусство»,
1545



1542 , Кардано
узнает о формуле
дель Ферро

1548, диспут
между Тартальей
и Феррари



«История великой заверзы»

HIERONYMI CARDANI, PRÆSTANTISSIMI MATHE-
MATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,
ARTIS MAGNÆ,
SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS,
Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod
OPVS PERFECTVM
inscribitur, est in ordine Decimus.



HAbes in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cosa uocant) nouis adinventionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea uulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neque solum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni æquales fuerint, nodum explicant. Hunc autem librum ideo seorsim edere placuit, ut hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmetice thesauro in lucem eruro, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum exposito, Lectores incitaretur, ut reliquos Operis Perfecti libros, qui per Tomos edentur, tanto auidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant.

$$y^2 + 3py + 2q = 0$$

$$y_1 = u + v$$

$$y_2 = \varepsilon_1 u + \varepsilon_2 v$$

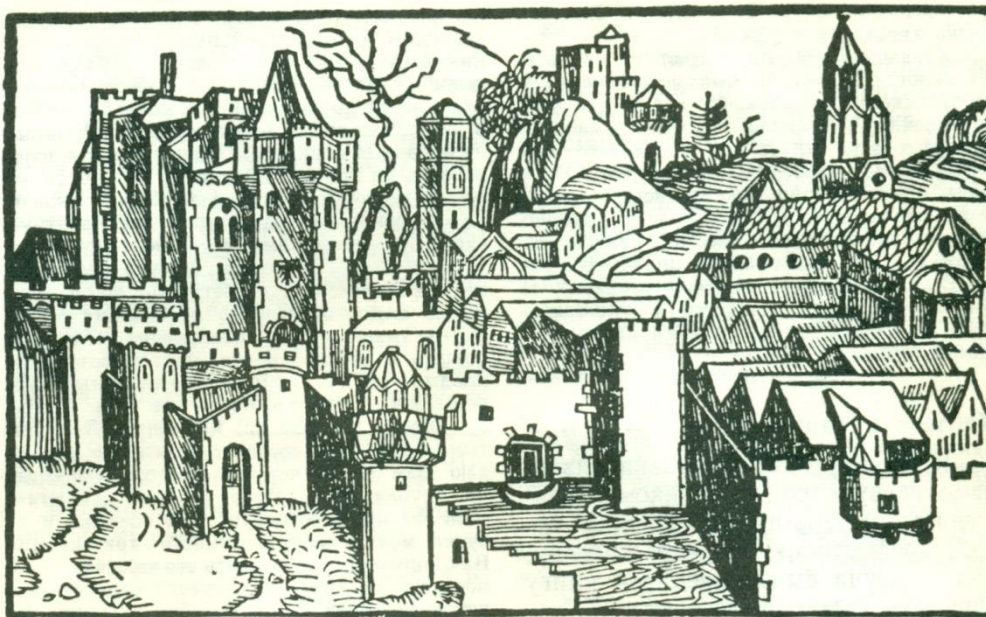
$$y_3 = \varepsilon_2 u + \varepsilon_1 v$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \varepsilon_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$u = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}}$$

$$v = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$$

Джироламо Кардано 1501-1576

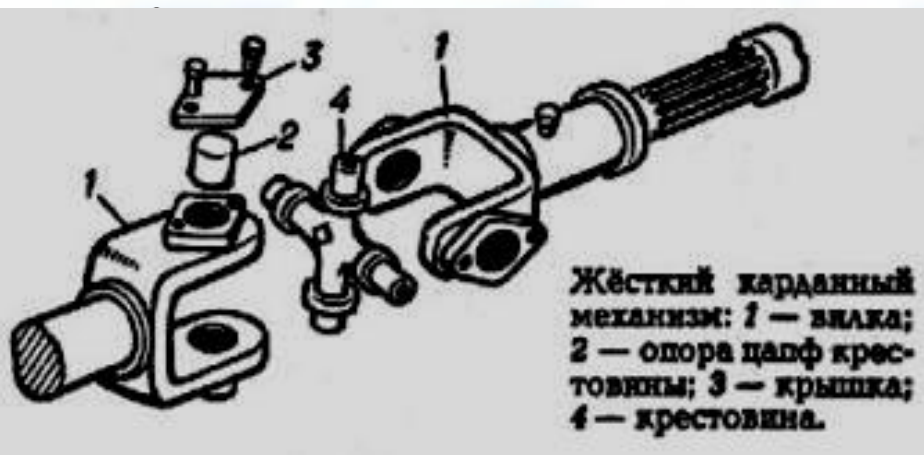


Милан (гравюра на дереве 1493 года)

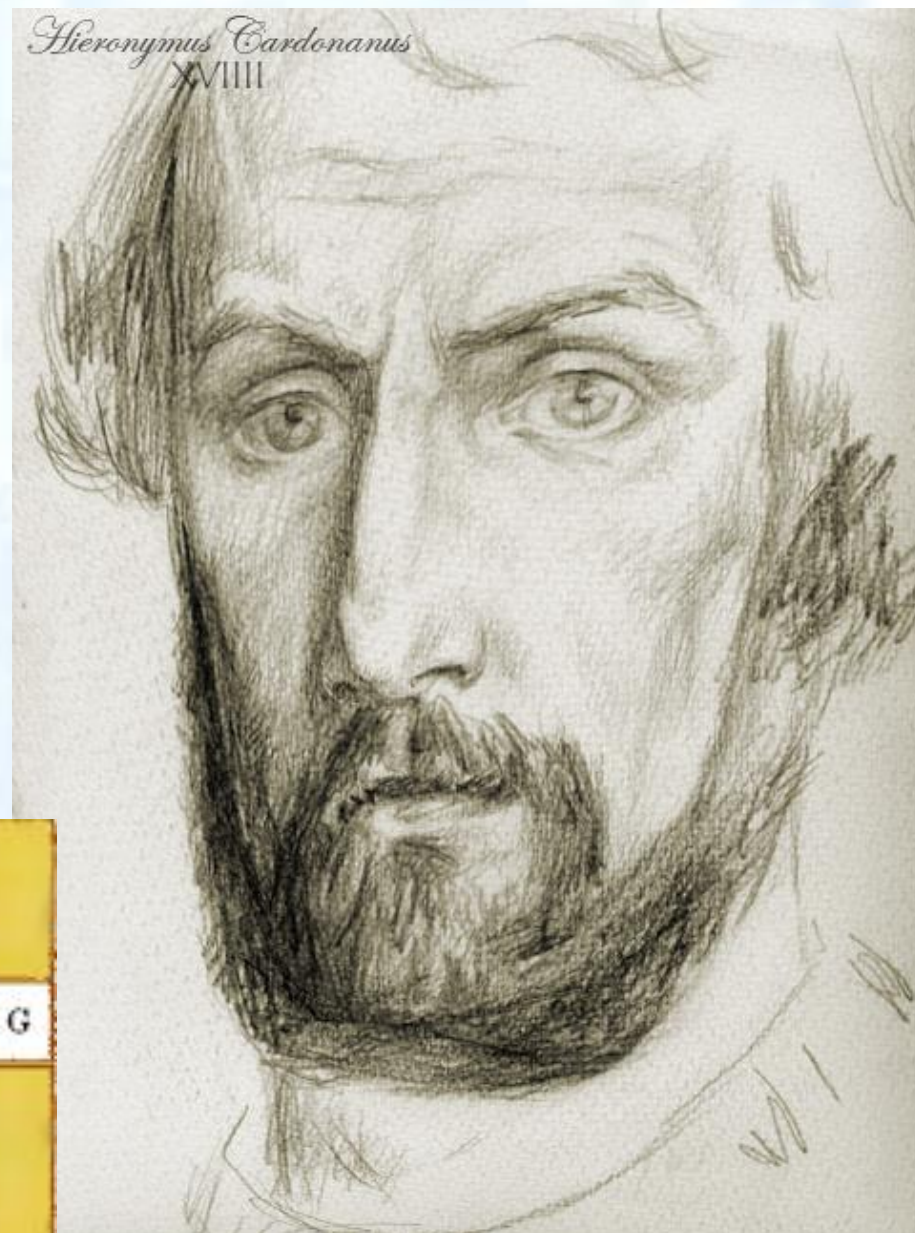
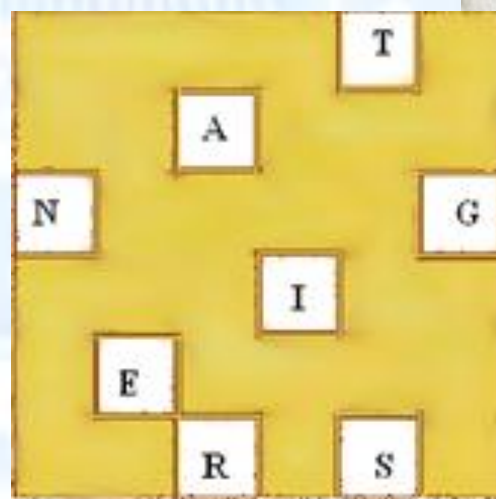


«Кардано рассматривает науку везде в связи со своей личностью, со своим образом жизни. Поэтому из его произведений обращается к нам естественность и живость, которая нас притягивает, возбуждает, освежает, и заставляет действовать. Это не доктор в долгополом одеянии, который поучает нас с кафедры, а человек, который прогуливается рядом, делает замечания, удивляется, порой переполняется болью и радостью, и это все заражает нас...

Кардано был великим человеком при всех его недостатках; без них он был бы совершенством» (Г.В.Лейбниц)

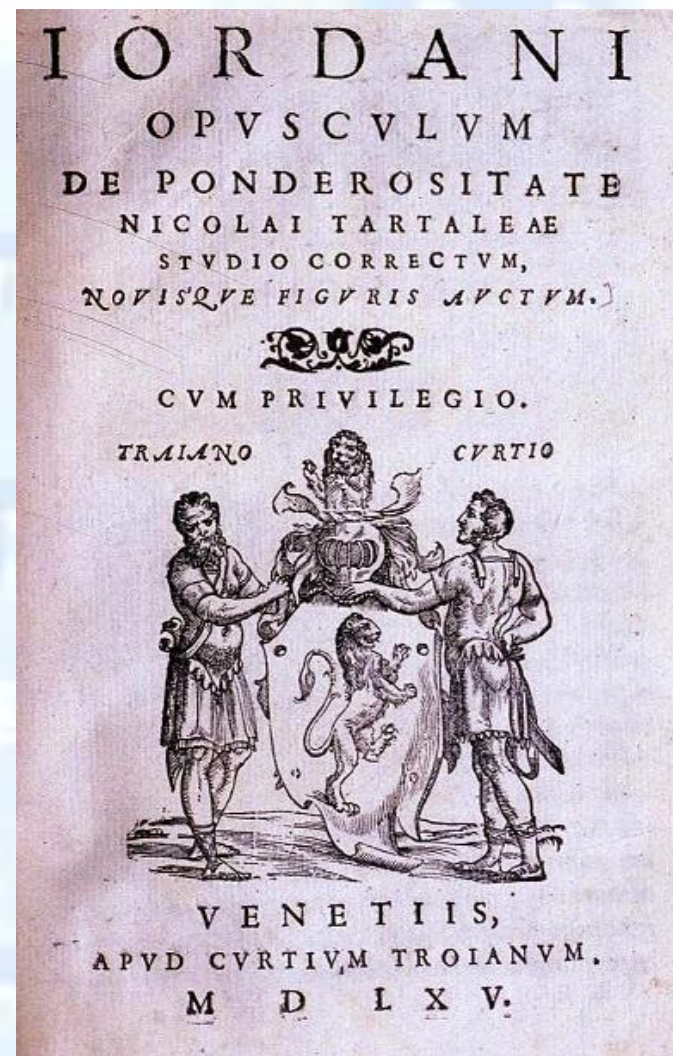
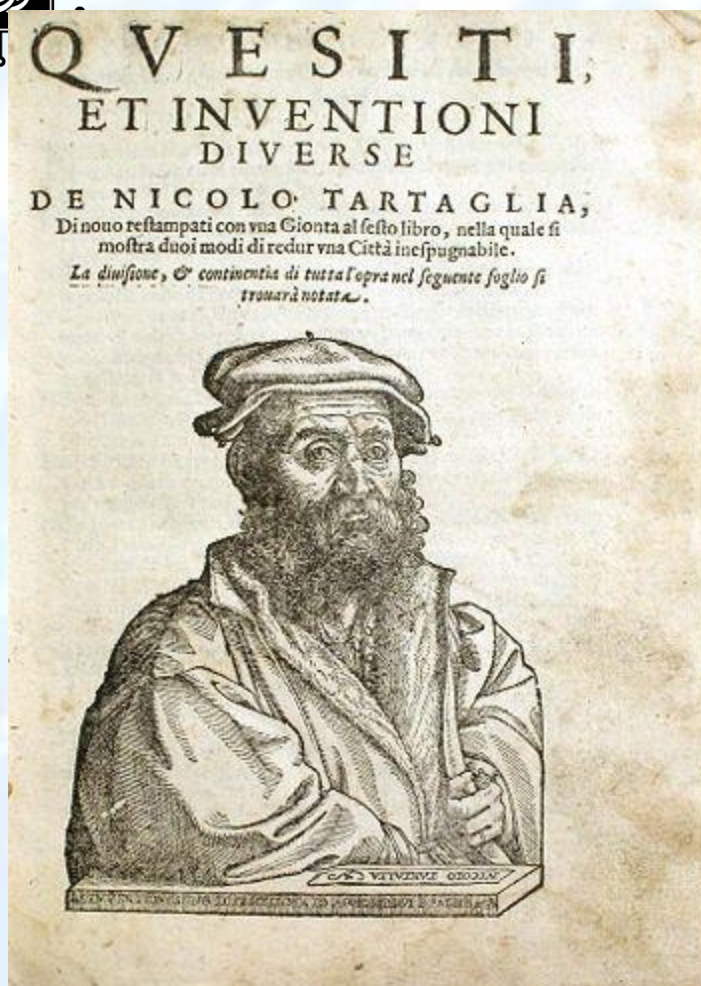


B	1	H	J	T	K
D	P	A	Q	U	2
N	3	U	N	9	G
F	E	O	I	I	8
V	E	A	O	7	T
O	M	R	6	S	L





Николо Тарталья (1500-1557)



«Общее исследование чисел и мер»



Николай Кузанский (1401-1464)

$$\varphi \approx \frac{3 \sin \varphi}{2 + \cos \varphi}$$

«О квадратуре круга»

«О соизмерении прямого и кривого»





Иоганн Мюллер (Региомонтан) (1436-1476)



ИОГАНН МЮЛЛЕР
(РЕГИОМОНТАН)



Monte region = region monte = Königsberg =
= Королевская гора»

$$(2^{13}-1) \cdot 2^{12} = 8191 \cdot 4096 = 33550336$$

Региомонтан (1436-1476)



«Эпитома»



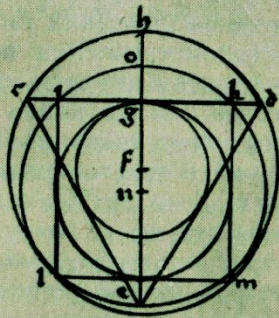
LITERALES	70										81									
	ARABUS					Diff feren tia	ARABUS					Diff feren tia	ARABUS					Diff feren tia		
	Literales						Literales						Literales							
	Arcales						Arcales						Arcales							
Decedentes.					Zate ratio	Decedentes.					Zate ratio.	Decedentes.					Zate ratio.			
s	h	m	pa	m pa		s	h	m	pa	m pa		s	h	m	pa	m pa				
1	0	56	23		0 21	31	28	56	43	11 49	61	55	16	21						
		56	23					55	12				47	43	30 58					
2	1	52	46		0 42	32	29	51	55	12 15	62	56	4	4						
		56	22					55	5				47	7	31 54					
3	2	49	8		1 3	33	30	47	0	12 43	63	56	31	11						
		56	22					54	59				46	29	32 53					
4	3	45	30		1 24	34	31	41	59	13 11	64	57	37	40						
		56	21					54	58				45	49	33 54					
5	4	41	52		1 45	35	32	36	53	13 39	65	58	23	6						
		56	21					54	47				45	6	34 57					

DOCTISSIMI VIRI ET MATHE-
maticarum disciplinarum eximij professoris
IOANNIS DE RE-

GIO MONTE DE TRIANGVLIS OMNI-
MODIS LIBRI QVINQVE:

Quibus explicantur res necessariae cognitu, uolentibus ad
scientiarum Astronomicarum perfectionem deueni-
re: quae cum nusquam alibi hoc tempore exposita
habeantur, frustra sine harum instructione
ad illam quisquam aspirarit.

Accesserunt huc in calce pleraque D. Nicolai Cusani de Qua-
dratura circuli, Decique recti ac curui commensuratione;
itemque Io. de monte Regio eadem de re *εὐκλείδης*
αὐτῆς, haecenus à nemine publicata.



Omnia recens in lucem edita, fide & diligentia
singulari. Norimbergae in aedibus Io. Petreli,

ANNO CHRISTI
M. D. XXXIII.

- ✓ Первая книга — вводная
- ✓ Вторая — систематическое изложение тригонометрического материала
- ✓ Третья — сферическая тригонометрия
- ✓ Четвертая — тригонометрическая теорема синусов
- ✓ Пятая — со сферической теоремой косинусов

Исследователи, изучавшие текст «Пяти книг о треугольниках» Региомонтана, неизменно подчеркивали последовательность, логичность и систематичность изложения материала первых четырех книг, но пятая книга всегда вызывала ощущение некоторой незавершенности, отклонения от тех требований совершенства изложения, которые Региомонтан стремился выдержать в первых четырех. И это несмотря на то, что в конце оригинала этой короткой, состоящей всего из 15 предложений книги рукою автора начертано «finis».

Петр Рамус (1515-1572)

P. RAMI, REGII
ELOQVENTIAE ET
PHILOSOPHIAE PROFES-
soris, *Animaduersionum Aristo-
telicarum libri xx.*

nunc demum ab autore recogniti & aucti:

AD
CAROLVM LOTHARINGVM
CARDINALEM.



PARISIIS,

Apud Andream Wechelum, sub Pegaso, in
vico Bellouaco: *Anno salutis*

1556.

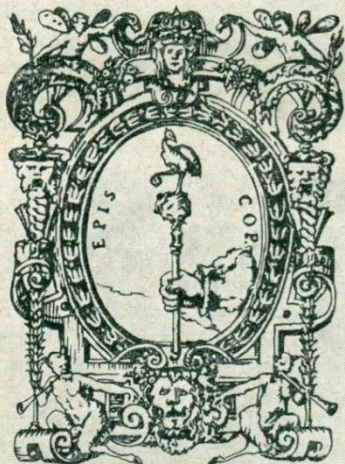
Cum priuilegio Regis.



Г. П. Матемескер

РАМУС

P. RAMI ARITHMETICAE LIBRI DVO: GEOMETRIAE SEPTEM ET VIGINTI

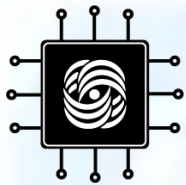


BASILEAE, PER EVSEBIUM
Episcopium, & Nicolaus fratres heredes.
ANNO M. D. LXIX.

- ❖ Арифметика – искусство хорошо считать
- ❖ геометрия – искусство хорошо измерять,
- ❖ логика – искусство хорошо рассуждать,
- ❖ риторика – искусство хорошо произносить речи,
- ❖ грамматика – искусство хорошо разговаривать.



«Математическое введение» (первый труд по истории математики)



Спасибо за внимание!